

弾性波動解析ソルバー 精度検証報告書

平成22年1月15日

Advanced Algorithm & Systems

目次

1	検証一覧	3
2	ソルバーの動作確認及び精度検証：P波	5
2.1	精度-1.1 x方向での動作確認と空間差分精度検証：P波	5
2.1.1	動作確認	5
2.1.2	x方向空間差分精度検証	7
2.2	精度-1.2 y方向の空間差分精度検証：P波	13
2.3	精度-1.3 z方向の空間差分精度検証：P波	17
2.4	精度-2.0 時間方向差分精度検証	21
3	ソルバーの動作確認及び精度検証：S波	24
3.1	精度-3.1.1 進行x方向，変位y方向の空間差分計算精度検証:S波	24
3.1.1	動作確認	24
3.1.2	x方向空間差分精度検証S波	26
3.2	精度-3.1.2 進行x方向，変位z方向の空間差分計算精度検証:S波	31
3.2.1	x方向空間差分精度検証S波	31
3.3	精度-3.1.2 進行y方向，変位z方向の空間差分計算精度検証:S波	35
3.3.1	x方向空間差分精度検証S波	35
3.4	精度-3.1.2 進行y方向，変位x方向の空間差分計算精度検証:S波	39
3.4.1	x方向空間差分精度検証S波	39
3.5	精度-3.1.2 進行z方向，変位x方向の空間差分計算精度検証:S波	43
3.5.1	x方向空間差分精度検証S波	43
3.6	精度-3.1.2 進行z方向，変位y方向の空間差分計算精度検証:S波	47
3.6.1	x方向空間差分精度検証S波	47
3.7	精度-3.2 時間差分計算精度検証:S波	51
4	その他動作検証	54
4.1	境界-1.1 x方向の周期境界条件 P波	54

4.2	境界-1.1 x 方向の周期境界条件 s 波	59
4.3	境界-1.2 y 方向の周期境界条件	63
4.4	境界-1.3 z 方向の周期境界条件	63
4.5	境界-2.1 x 方向の対称境界条件	64
4.6	境界-2.2 y 方向の対称境界条件	67
4.7	境界-2.3 z 方向の対称境界条件	67
4.8	境界-3.1 吸収境界条件	68
4.9	境界-4.1 ディレクレ境界条件	71
4.10	境界-4.2 ピエゾ境界条件	76
4.11	境界-5.1 多媒質	81
4.12	並列計算	86
4.12.1	計算時間	86
4.12.2	並列計算 周期境界 P 波	86
4.12.3	並列計算 周期境界 S 波	95
4.12.4	並列計算 対称境界 P 波	102
4.12.5	並列計算 対称境界 S 波	110
4.12.6	並列計算 PML 境界 P 波	117
4.12.7	並列計算 PML 境界 S 波	125

1 検証一覧

下記表1のケースに従い、本弾性波動解析ソルバーの精度検証および動作検証を行なった。全ての検証は SPHERE Version 1.7.8 に移植して行なった。全ての検証は SPHERE Version 1.8.0 に移植して行なった。

表の検証計算を全て正しく計算された事を確認した。

表 1: 検証一覧

番号	ケース	検証内容	確認
精度-1.1	x 方向の空間差分計算 精度検証:P 波	x 方向に進む P 波をモデルに空間 2 次精度差分と 4 次精度差分を検証	完了
精度-1.2	y 方向の空間差分計算 精度検証:P 波	y 方向に進む P 波をモデルに空間 2 次精度差分と 4 次精度差分を検証	完了
精度-1.3	z 方向の空間差分計算 精度検証:P 波	z 方向に進む P 波をモデルに空間 2 次精度差分と 4 次精度差分を検証	完了
精度-2.0	時間方向の差分計算 精度検証:P 波	時間方向差分が 2 次精度であることを検証	完了
精度-3.1.1	x 方向の空間差分計算 精度検証:S 波	x 方向に進む S 波をモデルに空間 2 次精度差分と 4 次精度差分を検証:変位は y 方向	完了
精度-3.1.2	x 方向の空間差分計算 精度検証:S 波	x 方向に進む S 波をモデルに空間 2 次精度差分と 4 次精度差分を検証:変位は z 方向	完了
精度-3.2.1	y 方向の空間差分計算 精度検証:S 波	y 方向に進む S 波をモデルに空間 2 次精度差分と 4 次精度差分を検証:変位は x 方向	完了
精度-3.2.2	y 方向の空間差分計算 精度検証:S 波	y 方向に進む S 波をモデルに空間 2 次精度差分と 4 次精度差分を検証:変位は z 方向	完了
精度-3.3.1	z 方向の空間差分計算 精度検証:S 波	z 方向に進む S 波をモデルに空間 2 次精度差分と 4 次精度差分を検証:変位は x 方向	完了
精度-3.3.2	z 方向の空間差分計算 精度検証:S 波	z 方向に進む S 波をモデルに空間 2 次精度差分と 4 次精度差分を検証:変位は y 方向	完了
精度-4.1	時間方向の差分計算 精度検証:S 波	時間方向差分が 2 次精度であることを検証	完了
精度-4.2	時間方向の差分計算 精度検証:P 波	時間方向差分が 2 次精度であることを検証	完了
境界-1.1	x 方向の周期境界条件	x 軸方向に進む波の周期境界の動作検証	完了
境界-1.2	y 方向の周期境界条件	y 軸方向に進む波の周期境界の動作検証	完了
境界-1.3	z 方向の周期境界条件	z 軸に進む波の周期境界の動作検証	完了
境界-2.1	x 方向の対称境界	x 軸方向に進む波を使い対称境界の動作検証	完了
境界-2.2	y 方向の対称境界	y 軸方向に進む波を使い対称境界の動作検証	完了
境界-2.3	z 方向の対称境界	z 軸方向に進む波を使い対称境界の動作検証	完了
境界-3.1	吸収境界条件	s 波を使う.	完了
境界-3.2	吸収境界条件	P 波を使う.	完了
境界-4.1	ディレクレ境界条件	検証.	完了
境界-4.2	ピエゾ素子	検証.	完了
境界-5.1	多媒質	検証.	完了
境界-5.2	並列化	検証.	未了

2 ソルバーの動作確認及び精度検証：P波

弾性波ソルバーの動作をP波にて確認した。また空間メッシュサイズ dh 、時間刻み幅 dt を変化させた場合の計算精度を調べた。

動作の確認は、時間発展の分かっている一次元の波を入れ、その時間発展をソルバーの計算値を見て解析解と同じ動きをすることで確認した。

計算精度は、動作確認に用いた波の解析解とソルバーの計算値の差を誤差として定義し、空間メッシュサイズと時間刻み幅に対する誤差の振る舞いを確認した。

これらを、 x 方向、 y 方向、 z 方向について行い、動作の確認及び精度の検証とした。

2.1 精度— 1.1 x 方向での動作確認と空間差分精度検証：P波

x 方向での動作確認と空間差分精度を検証する。検証には、解析解として以下の式で表される波を用いた。

$$\dot{u}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 - c_p t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 + c_p t)^2\right) \right\} \quad (1)$$

この波は、ガウス分布型の縦波が x の正、負両方向に進む波を表している。その伝搬速度は c_p で与えられる。この波は $t=0$ の時位置 θ_1 に中心がある一つのガウス分布で、 $x = \theta_1$ での大きさは 1 となる。ここから時間が経過するにしたがって、幅の同じガウス分布型の波が x 正負両方向に速度 c_p で正負両方向に進み始める。正の方向に進む波束と負の方向に進む波束がお互いに影響しないくらい十分に時間が経つとその波の形はガウス分布で、ガウス分布のピークに相当する場所の大きさは 0.5 となる。ガウス分布のピークも速度 c_p で正負両方向に進むため、この位置を時間的に追うことで、波の進行速度を見ることが出来る。尚、式 (1) 中の κ は今回 2.0×10^{-4} に固定して解析を行った。

2.1.1 動作確認

ソルバーの動作を確認した。解析の条件として、設定したパラメータは以下の通りである。

解析条件

- ラメ定数及び密度 $\lambda = 2.0 \times 10^7, \mu = 1.0 \times 10^7, \rho = 1.0 \times 10^1$ [g/cm³]
- 縦波速度 $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} = 2 \times 10^3$ [m/s]
- 解析領域は $x = 1.0 \times 10^{-2}$ [m] 固定, $y = 1.0 \times 10^{-4}$ [m] 固定, $z = 1.0 \times 10^{-4}$ [m] 固定.
- 空間刻み幅 $dh = 5.0 \times 10^{-5}$ [m], 時間刻み幅 $dt = 0.5 \times 10^{-10}$ [s]
- 周期境界条件を x,y,z 方向に設定.
- $\theta_1 = 0.5 \times 10^{-2}$ [m], 波束の位置を解析領域の中心に設定している.

式(1)の $t=0$ での \dot{u} を

$$\dot{u}(x, y, z) = \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1)^2\right) \quad (2)$$

で初期条件としてソルバーに与え、その後の時間発展はソルバーが計算する.

結果

図1は $y = 0.5 \times 10^{-4}$ [m] $z = 0.5 \times 10^{-4}$ [m] での \dot{u} をプロットしたものである。横軸は位置 x である。時刻 $t = 0, 0.5 \times 10^{-6}, 1.0 \times 10^{-6}, 1.5 \times 10^{-6}, 2.0 \times 10^{-6}$ [s] についてそれぞれ示してある。 $t = 0$ [s] で位置 $x = 0.005$ [m] にピークの高さが1のガウス分布になっているのが分かる。これが入力された初期条件である。 $t = 0.5 \times 10^{-6}, 1.0 \times 10^{-6}, 1.5 \times 10^{-6}, 2.0 \times 10^{-6}$ [s] でそれぞれ $x = 0.001$ [m] ずつ、ピークの高さが0.5のガウス分布が、正負双方に進んでいる様子が分かる。このピーク位置の移動をもって、波の伝搬速度を計算すると、明らかに 2.0×10^3 [m/s] となり、入力した物性値から計算される縦波速度 $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} = 2 \times 10^3$ [m/s] と一致する。よって、このソルバーは解析解で予想されるものと同じ動作をすることが分かり、動作が確認できた。

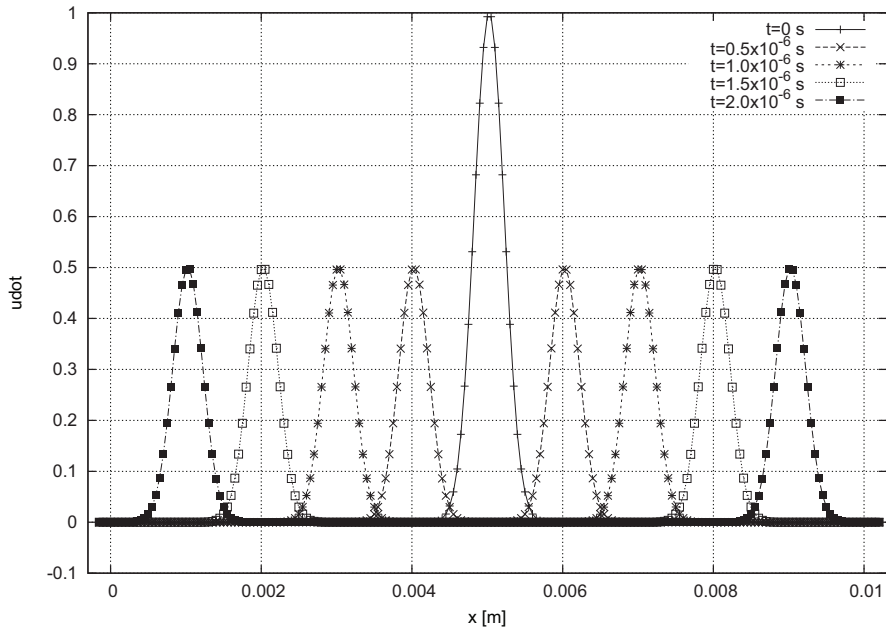


図 1: \dot{u} の時間発展の様子

2.1.2 x 方向空間差分精度検証

前述の動作確認と同様に波を入れ、 \dot{u} の数値解と解析解の差を誤差とした。設定した初期条件は以下である。

解析条件

- ラメ定数及び密度 $\lambda = 2.0 \times 10^7, \mu = 1.0 \times 10^7, \rho = 1.0 \times 10^1$ [g/cm³]
- 縦波速度 $c_p = 2.0 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は x 方向 1.0×10^{-2} [m], y 方向及び z 方向 $2 \times dh$ [m].
- $\theta_1 = 1 \times 10^{-3}$ [m] にして $t=0$ [s] での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅は $dt=1 \times 10^{-11}$ [s] で固定. 100000 ステップ, $t = 1.0 \times 10^{-6}$ まで計算.

この条件で空間刻み幅 $dh=3.33 \times 10^{-4}$ [m] から $dh=3.33 \times 10^{-6}$ [m] まで以下の表 2 の通り変化させた.

表 2: 計算に使用した領域分割数と dh [m] およびクーラン数:P 波

領域分割数	dh [m]	クーラン数
30	3.33×10^{-4}	6.0×10^{-5}
40	2.5×10^{-4}	8.0×10^{-5}
50	2.0×10^{-4}	1.0×10^{-4}
60	1.67×10^{-4}	1.2×10^{-4}
70	1.43×10^{-4}	1.4×10^{-4}
80	1.25×10^{-4}	1.6×10^{-4}
100	1.0×10^{-4}	2.0×10^{-4}
120	8.33×10^{-5}	2.4×10^{-4}
140	7.14×10^{-5}	2.8×10^{-4}
160	6.25×10^{-5}	3.2×10^{-4}
180	5.56×10^{-5}	3.6×10^{-4}
200	5.0×10^{-5}	4.0×10^{-4}
220	4.55×10^{-5}	4.4×10^{-4}
240	4.17×10^{-5}	4.8×10^{-4}
300	3.33×10^{-5}	6.0×10^{-4}
450	2.22×10^{-5}	9.0×10^{-4}
600	1.67×10^{-5}	1.2×10^{-3}
800	1.25×10^{-5}	1.6×10^{-3}
1000	1.0×10^{-5}	2.0×10^{-3}
1250	8.0×10^{-6}	2.5×10^{-3}
1500	6.67×10^{-6}	3.0×10^{-3}
3000	3.33×10^{-6}	6.0×10^{-3}

これらの条件の元、2次精度離散化式と4次精度離散化式でそれぞれ計算を行った。誤差は以下の様に定義し、評価した。

$$E_2(t) = \sqrt{\frac{\sum (\dot{u}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{u}(x, y, z, t))^2}{N}} \quad (3)$$

$$E_{inf}(t) = \max(|\dot{u}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{u}(x, y, z, t)|) \quad (4)$$

$\dot{u}(x, y, z, t)_{ex}$ は式1で求められる解析解であり、 $\dot{u}(x, y, z, t)$ は数値解である。またNは全格子点数。t=1.0 × 10⁻⁶ での $E_2 = E_2(t = 1.0 \times 10^{-6})$, $E_{inf} = E_{inf}(t = 1.0 \times 10^{-6})$ をもって、誤差として評価を行った。

結果

図2はこのようにして求めた誤差E2,Einfをそれぞれプロットしたものである。縦軸は誤差、横軸は空間刻み幅を示しており、両対数で表示してある。2次精度差分式、4次精度差分式をでの値をそれぞれ黒丸、白丸で表示している。空間刻み幅の大きな領域以外は、それぞれ一直線上に乗る様に見られる。空間刻み幅の大きな部分では波を十分に表現出来ていないと考えられる。時間刻み幅が大きくないところでは、波を十分に表現出来ており、その精度は時間刻み幅のべき乗であると思われる。そこで、精度を空間刻み幅の関数としてフィットを行った。フィットした関数は $f(x) = (ax)^n$ である。ここでxが空間刻み幅、a,nはフィットパラメータである。ここでnは両対数グラフで見た場合の直線の傾きである。また、フィットは点線で示した間の領域のデータのみを使用して行った。図中の実線は、フィットで得られた結果を示している。

このときフィットで得られた傾きnはそれぞれ

E2	2次精度	1.99
E2	4次精度	3.97
Einf	2次精度	2.01
Einf	4次精度	3.96

となった。2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える。また、4次精度についても傾きは4に近い値であり、精度の次数とほぼ同じと言える。

図3には横軸をクーラン数に変換した誤差をプロットした。クーラン

数 10^{-4} の付近で直線から外れる部分は、dh が入力した波に対して粗い
為、ソルバー内で波束を十分に捉えることが出来ていない為である。

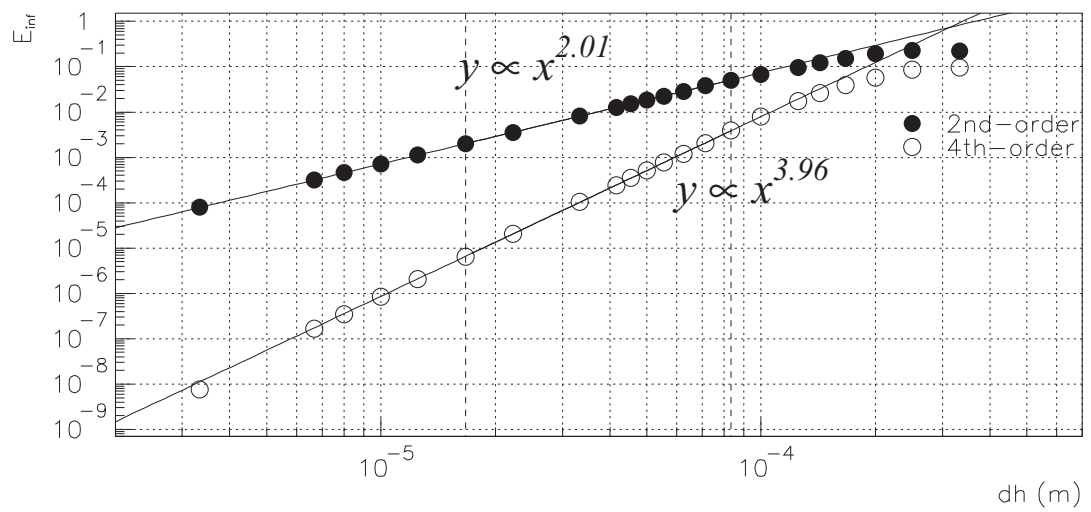
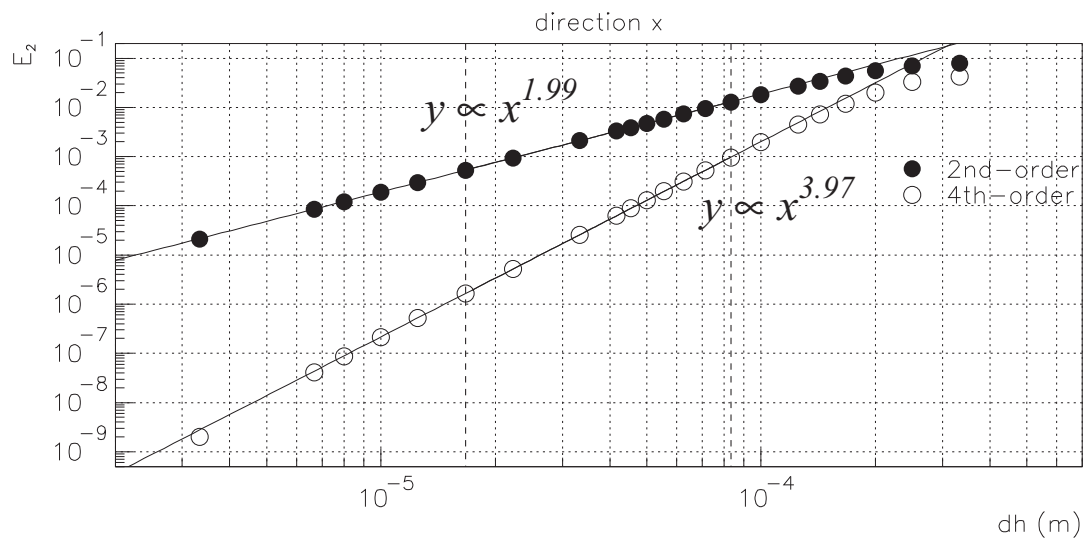


図 2: 空間刻み幅と誤差の両対数グラフ. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

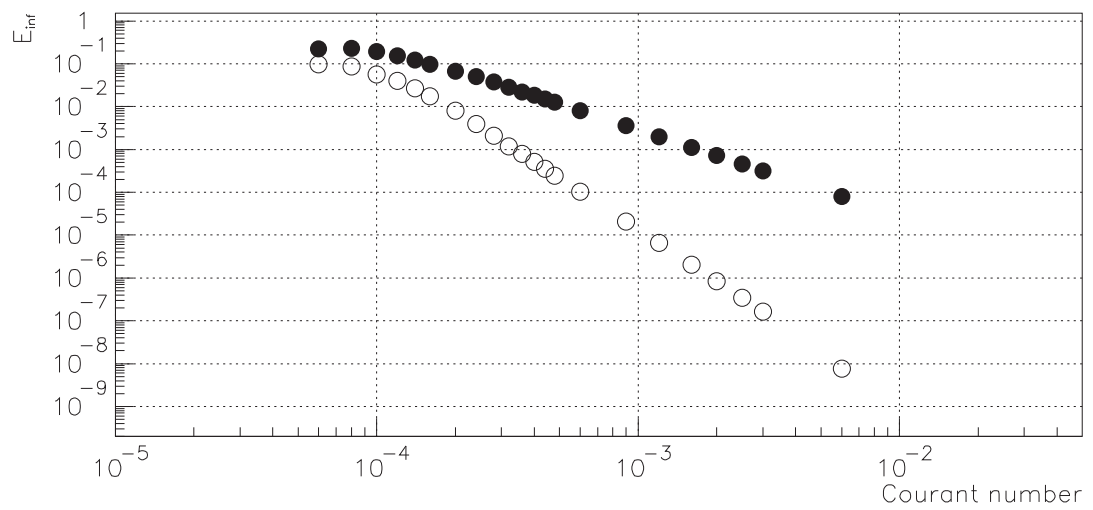
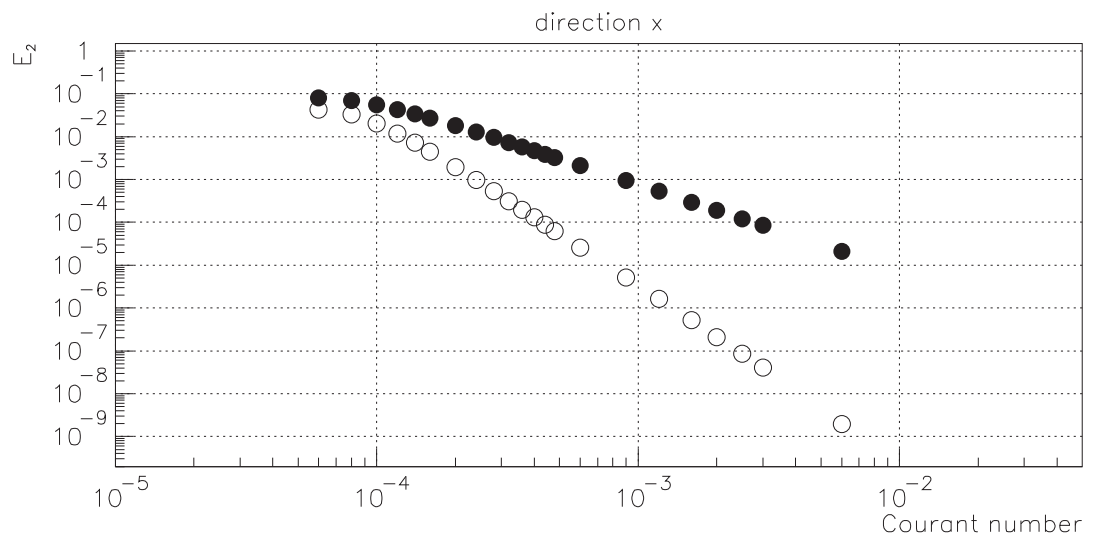


図 3: クーラン数と誤差の両対数グラフ. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

2.2 精度-1.2 y 方向の空間差分精度検証：P 波

x 方向の検証と同様の検証を行った。ただし検証に利用する波は以下の式である。

$$\dot{v}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(y - \theta_2 - c_p t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(y - \theta_2 + c_p t)^2\right) \right\} \quad (5)$$

この式は x 方向と同様に y の正負両方向に進むガウス分布型の波を表している。

2.1.1 同様に弾性波の動きとその速度の値によってソルバーが正常に動作していることを確認した。

x 方向の検証と同様のモデルで解析解と数値解を比較し誤差を求める。検証は時間刻み幅 dt を固定し空間刻み幅 dh を変化させ誤差の変化を評価する。

解析条件

- 縦波速度 $c_p = 2 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は y 方向 1.0×10^{-2} [m], x 方向及び z 方向 $2 \times dh$ [m].
- $\theta_2 = 5.0 \times 10^{-3}$ [m] にして $t=0$ [s] での波束の位置を領域の中心に設定した。
- 時間の刻み幅は $dt=1 \times 10^{-11}$ [s] で固定.100000 ステップ, $t = 1.0 \times 10^{-6}$ まで計算。

x 方向での検証同様に空間刻み幅 $dh=3.33 \times 10^{-4}$ [m] から $dh=3.33 \times 10^{-6}$ [m] まで以下の表 2 の通り変化させた。

これらの条件の元、2 次精度離散化式と 4 次精度離散化式でそれぞれ計算を行った。誤差は以下の様に定義し、評価した。

$$E_2(t) = \sqrt{\frac{\sum_N (\dot{v}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{v}(x, y, z, t))^2}{N}} \quad (6)$$

$$E_{inf}(t) = \max(|\dot{v}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{v}(x, y, z, t)|) \quad (7)$$

$\dot{v}(x, y, z, t)_{ex}$ は式 5 で求められる解析解であり、 $\dot{v}(x, y, z, t)$ は数値解である。また N は全格子点数。x 方向の検証同様に $E_2 = E_2(t = 1.0 \times 10^{-6})$,

$E_{inf} = E_{inf}(t = 1.0 \times 10^{-6})$ を誤差として評価を行った。

結果

図4はこのようにして求めた誤差 E2, Einf をそれぞれプロットしたものである。x 方向での検証同様にフィットを行うと、その傾きは、

E2	2次精度	1.99
E2	4次精度	3.97
Einf	2次精度	2.01
Einf	4次精度	3.96

となった。2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える。4次精度についても傾きは4に近い値であり、精度の次数とほぼ同じと言える。また、x方向での検証と誤差の値は一致しており、対称性も確認できた。

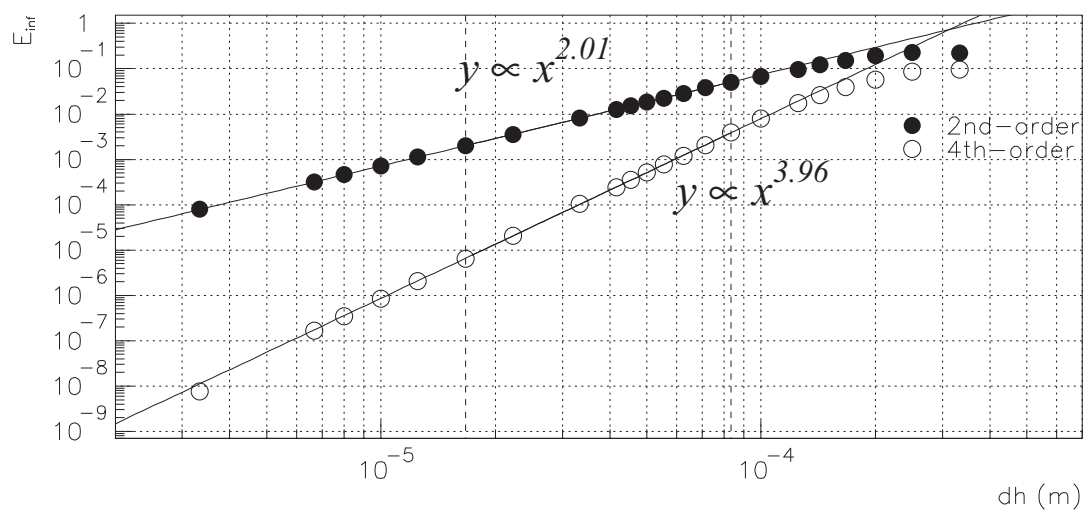
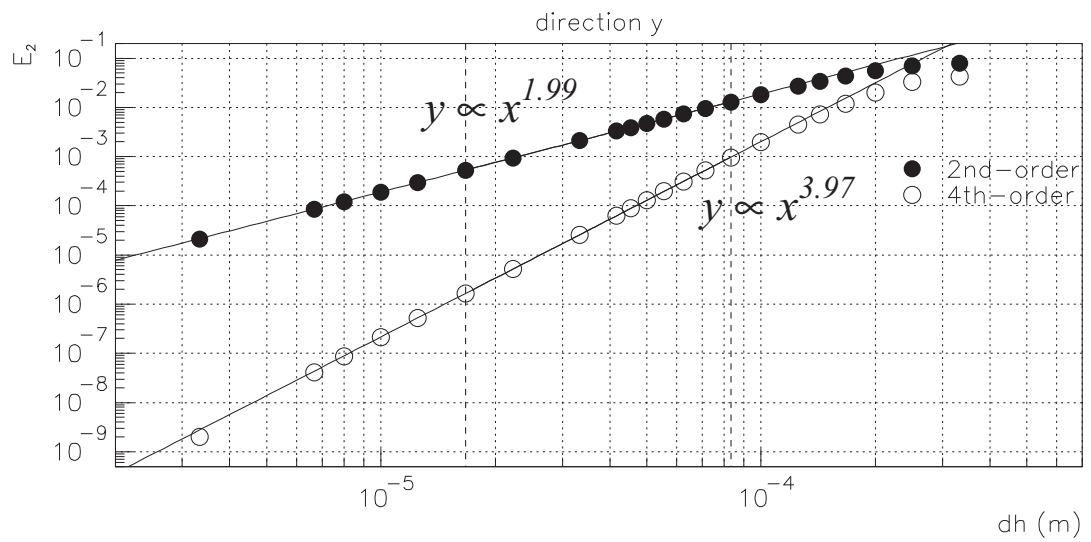


図 4: 空間刻み幅と誤差の両対数グラフ. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

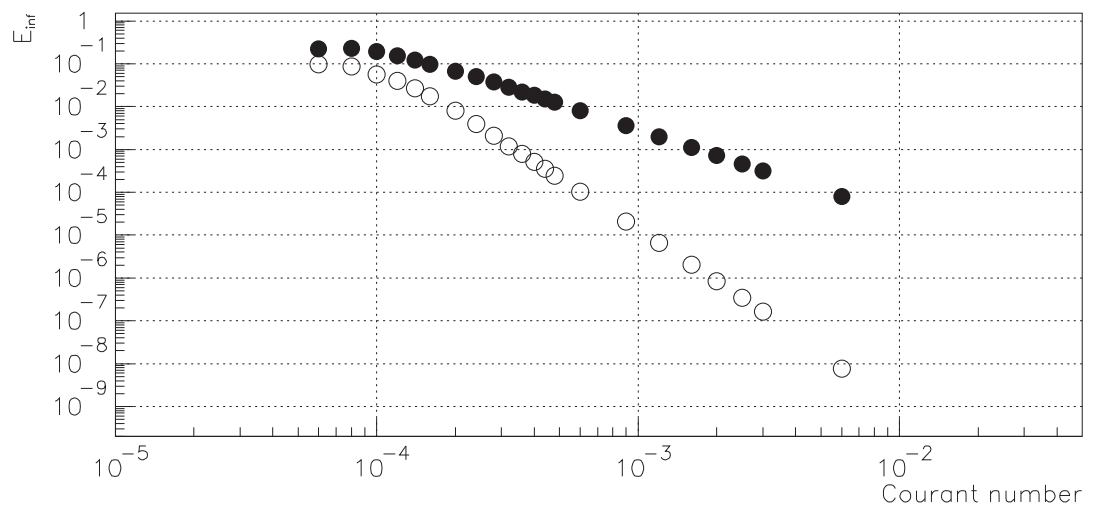
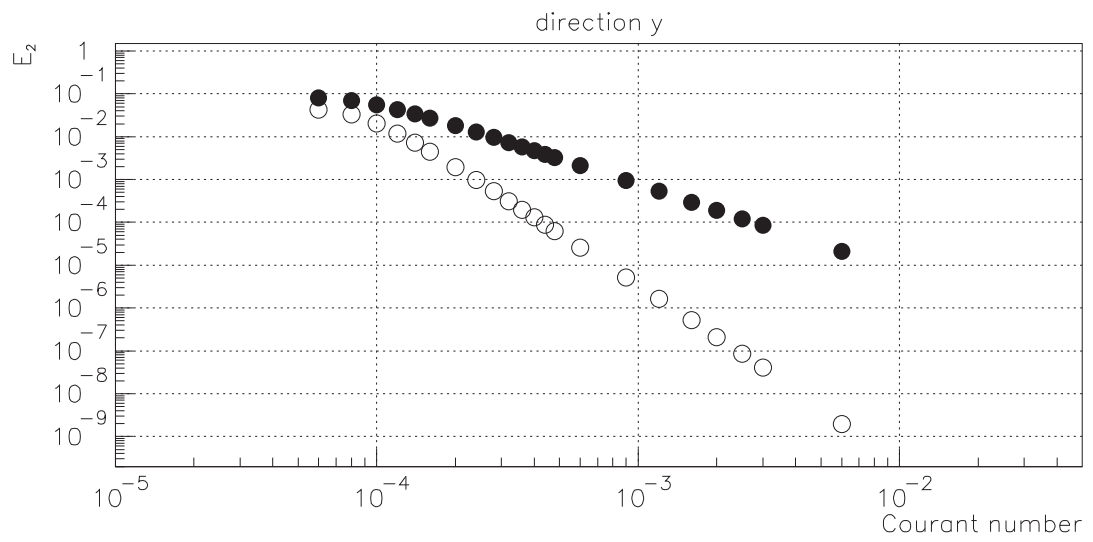


図 5: クーラン数と誤差の両対数グラフ. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

2.3 精度-1.3 z方向の空間差分精度検証：P波

x方向の検証と同様の検証を行った. ただし検証に利用する波は以下の式である.

$$\dot{w}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(z - \theta_3 - c_p t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(z - \theta_3 + c_p t)^2\right) \right\} \quad (8)$$

この式は x 方向と同様に y の正負両方向に進むガウス分布型の波を表している。

2.1.1 同様に弾性波の動きとその速度の値によってソルバーが正常に動作していることを確認した.

x 方向, y 方向の検証と同様のモデルで解析解と数値解を比較し誤差を求める. 検証は時間刻み幅 dt を固定し空間刻み幅 dh を変化させ誤差の変化を評価する.

解析条件

- 縦波速度 $c_p = 2 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は z 方向 1.0×10^{-2} [m], x 方向及び y 方向 $2 \times dh$ [m].
- $\theta_3 = 5.0 \times 10^{-3}$ [m] にして $t=0$ [s] での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅は $dt=1 \times 10^{-11}$ [s] で固定. 100000 ステップ, $t = 1.0 \times 10^{-6}$ まで計算.

x 方向, y 方向での検証同様に空間刻み幅 $dh=3.33 \times 10^{-4}$ [m] から $dh=3.33 \times 10^{-6}$ [m] まで表 2 の通り変化させた.

これらの条件の元, 2次精度離散化式と 4次精度離散化式でそれぞれ計算を行った. 誤差は以下の様に定義し, 評価した.

$$E_2(t) = \sqrt{\frac{\sum_N (\dot{w}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{w}(x, y, z, t))^2}{N}} \quad (9)$$

$$E_{inf}(t) = \max(|\dot{w}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{w}(x, y, z, t)|) \quad (10)$$

$\dot{w}(x, y, z, t)_{ex}$ は式 8 で求められる解析解であり, $\dot{w}(x, y, z, t)$ は数値解である. また N は全格子点数. x 方向の検証同様に $E_2 = E_2(t = 1.0 \times 10^{-6})$,

$E_{inf} = E_{inf}(t = 1.0 \times 10^{-6})$ を誤差として評価を行った。

結果

図6はこのようにして求めた誤差 E2, Einf をそれぞれプロットしたものである。x 方向での検証同様にフィットを行うと、その傾きは、

E2	2次精度	1.99
E2	4次精度	3.97
Einf	2次精度	2.01
Einf	4次精度	3.96

となった。2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える。4次精度についても傾きは4に近い値であり、精度の次数とほぼ同じと言える。また、x方向及びy方向での検証と誤差の値は一致しており、対称性も確認できた。

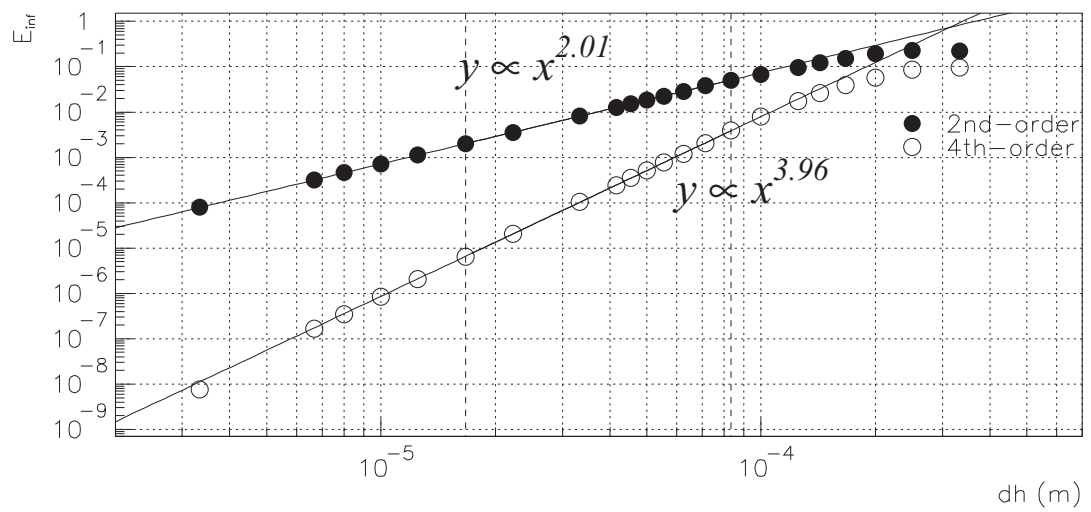
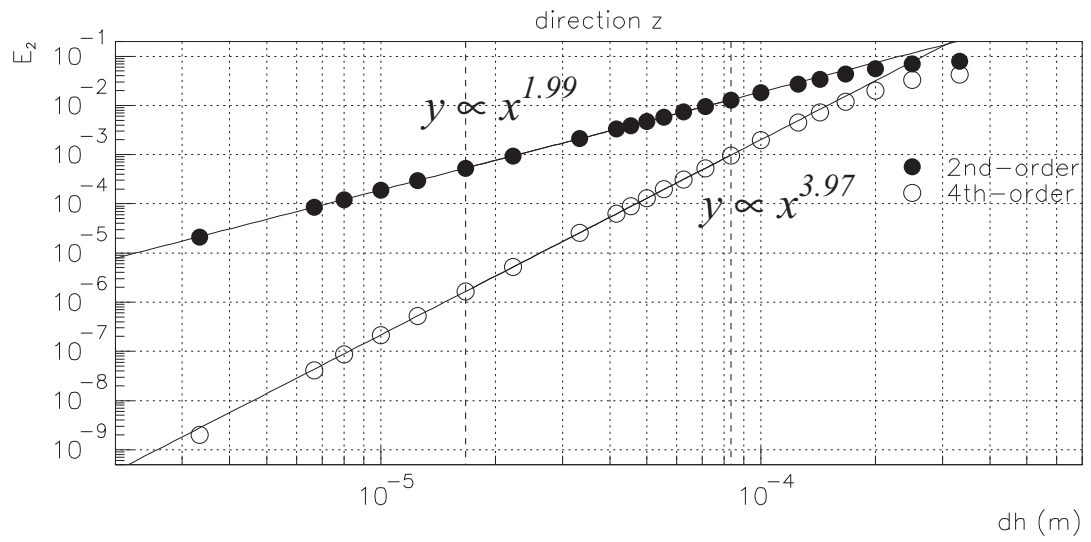


図 6: 空間刻み幅と誤差の両対数グラフ.P波z方向. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

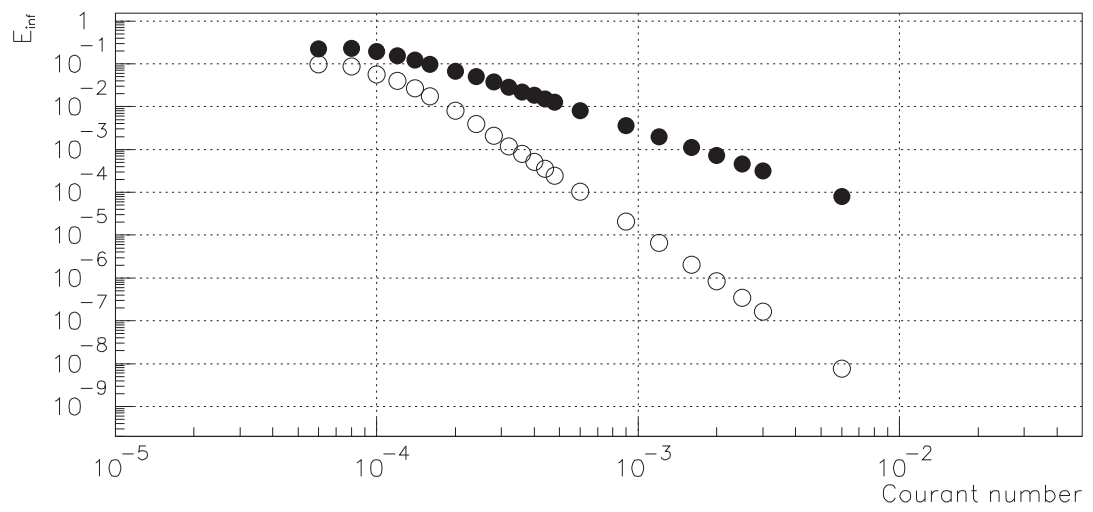
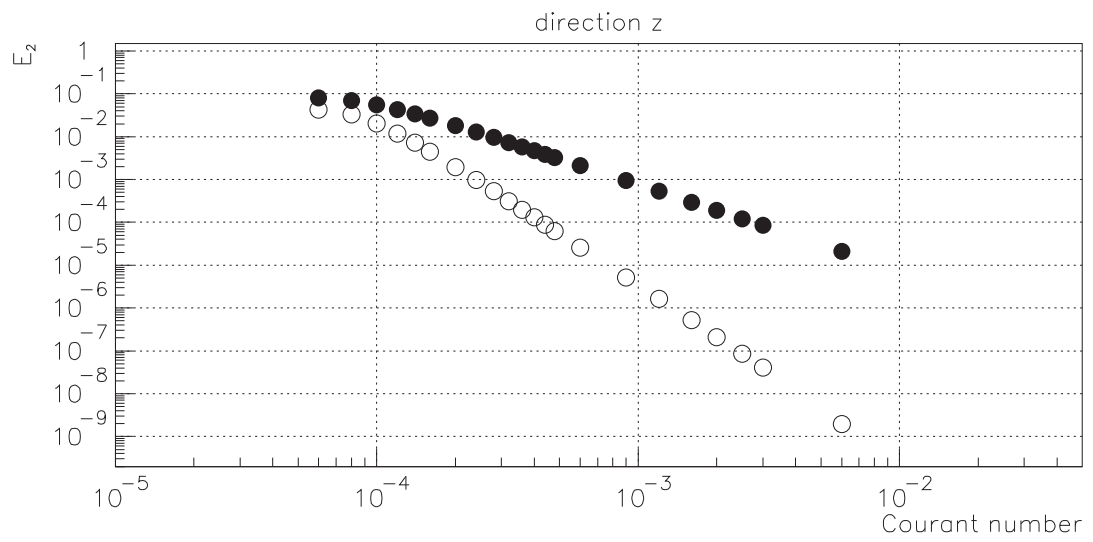


図 7: クーラン数と誤差の両対数グラフ.P波z方向. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

2.4 精度-2.0 時間方向差分精度検証

時間方向の差分精度検証を行った。

x方向のソルバーの動作確認と空間差分精度の検証を行ったと同様の波を入力した(2.1.1参照)。t=0でこれまでと同じ様に、 i に初期値を与え、時間発展を1500ステップ計算する。検証は空間刻み幅 dh を固定し時間刻み幅 dt を変化させ誤差の変化を評価する。

解析条件

- 縦波速度 $c_p = 2 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は $x=2 \times 10^{-4}$ [m] 固定, $y=2 \times 10^{-2}$ [m] 固定, $z=2 \times 10^{-4}$ [m] 固定.
- 空間の刻み幅は $dh=1 \times 10^{-5}$ で固定.
- $\theta_1 = 1.0 \times 10^{-4}$ で領域の中心位置に $t = 0$ でガウス分布の波を設定.
 $\kappa = 5 \times 10^{-3}$.
- 時間ステップ 1500 回目の誤差を評価.

この条件で時間刻み幅 $dt=1.0 \times 10^{-10}$ [s] から $dt=2.5 \times 10^{-14}$ [s] まで変化させた。誤差の定義は2.1.2と同じで、それぞれ1500ステップに相当する t で評価する。

結果

図8は誤差をプロットしたもので、横軸は dt [s] である。空間差分精度検証と同様に点線で示された領域で、べき関数でフィットを行うと、その傾きは、

E2	2次精度	1.95
E2	4次精度	1.94
Einf	2次精度	1.95
Einf	4次精度	2.08

となった。2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える。

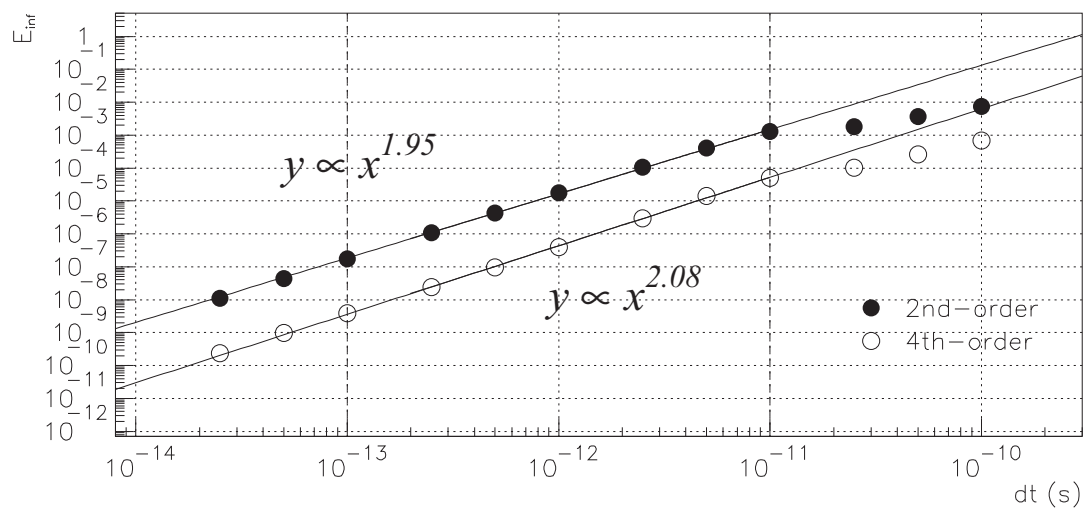
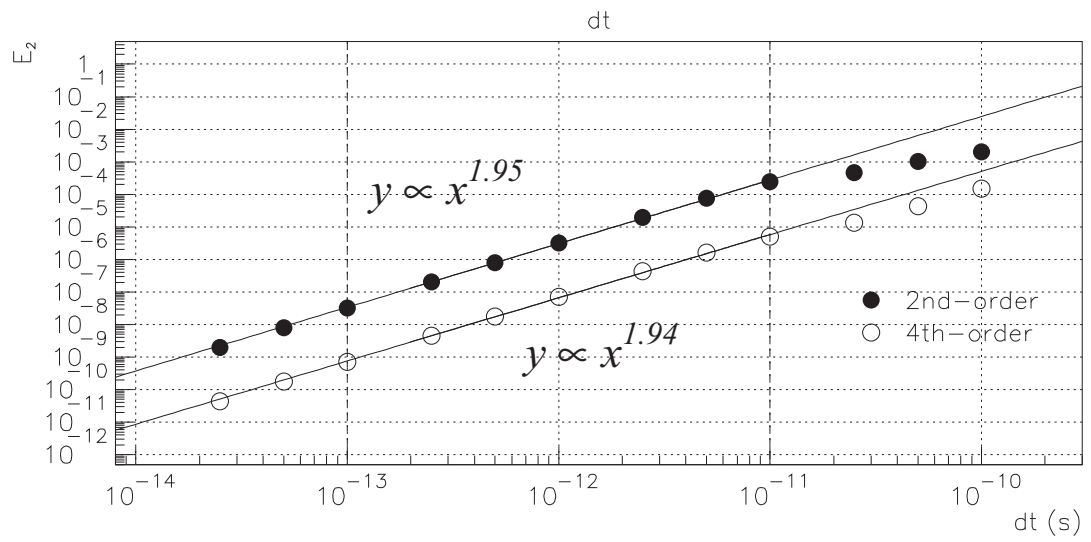


図 8: 時間刻み幅と誤差の両対数グラフ.s波 x 方向. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

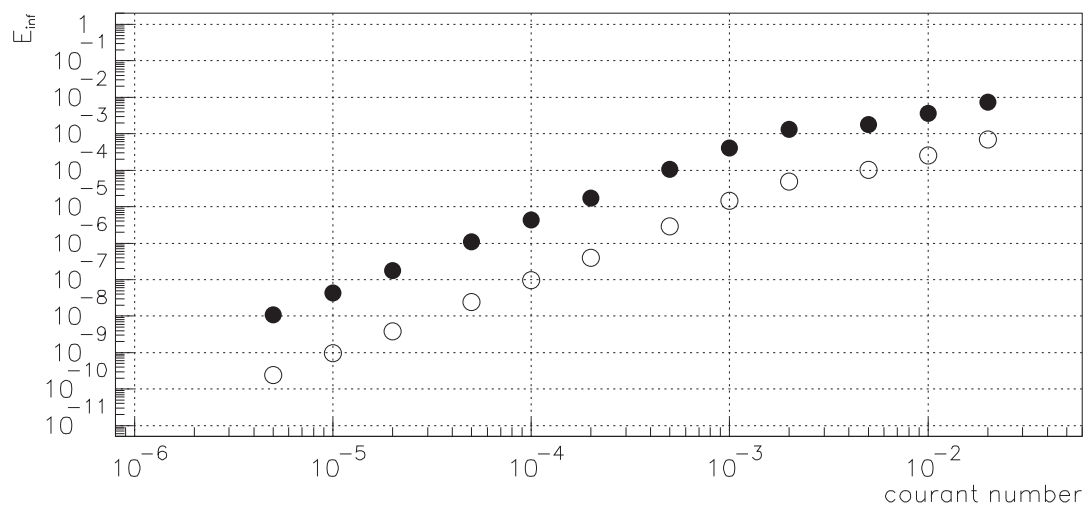
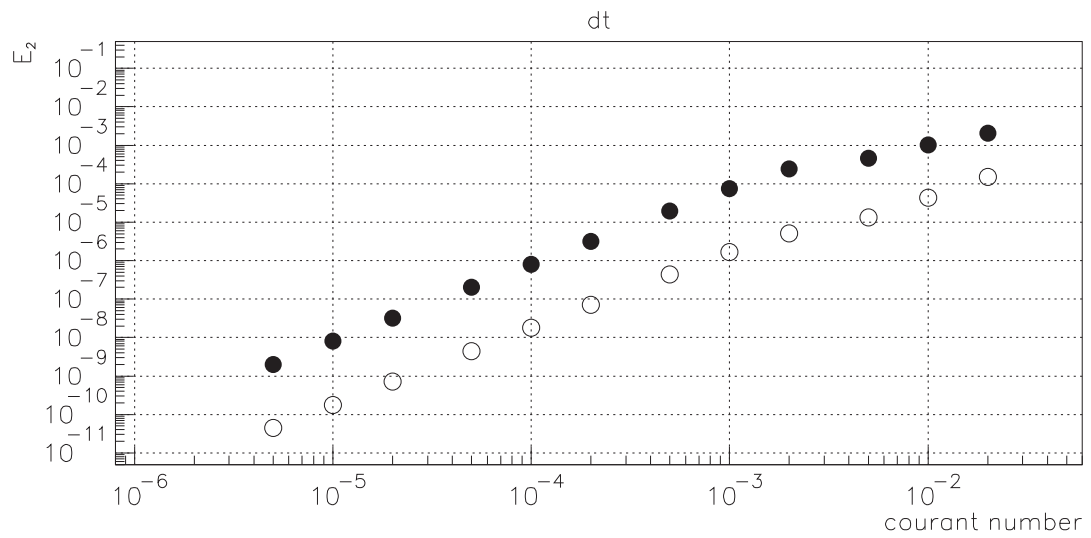


図 9: クーラン数と誤差の両対数グラフ.S波 x 方向. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

3 ソルバーの動作確認及び精度検証：S波

弾性波ソルバーの動作をS波にて確認した。また空間メッシュサイズ dh 、時間刻み幅 dt を変化させた場合の計算精度を調べた。

動作の確認は、時間発展の分かっている一次元の波を入れ、その時間発展をソルバーの計算値で見て解析解と同じ動きをすることで確認した。

計算精度は、動作確認に用いた波の解析解とソルバーの計算値の差を誤差として定義し、空間メッシュサイズと時間刻み幅に対する誤差の振る舞いを確認した。

これらを、 x 方向(変位 y, z)、 y 方向(変位 z, x)、 z 方向(変位 x, y)について行い、動作の確認及び精度の検証とした。

3.1 精度-3.1.1 進行 x 方向, 変位 y 方向の空間差分計算精度検証:S波

x 方向に進行するS波(変位 y)での動作確認と空間差分精度を検証する。検証には、解析解として以下の式で表される波を用いた。

$$\dot{v}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 - c_s t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 + c_s t)^2\right) \right\} \quad (11)$$

ここで c_s は横波速度である。また、P波の場合と同様 θ_1 は波の初期位置である。この波束もP波の場合と同様にガウス分布型の波が位置 θ_1 から x 正負方向に進んで行く。大きさはガウス分布のピーク位置が $x = \theta_1, t = 0$ で1であり、左右にピーク位置の大きさ $1/2$ のガウス分布が進む。

3.1.1 動作確認

ソルバーの動作を確認するため、以下の条件を設定した。

解析条件

- ラメ定数及び密度 $\mu = 1.0 \times 10^7 \rho = 1.0 \times 10^1$ [g/cm³]
- 横波速度 $c_s = \sqrt{\mu/\rho} = 1.0 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は $x=1.0 \times 10^{-2}$ [m] 固定, $y=2 \times 10^{-4}$ [m] 固定, $z=2 \times 10^{-4}$ [m] 固定.

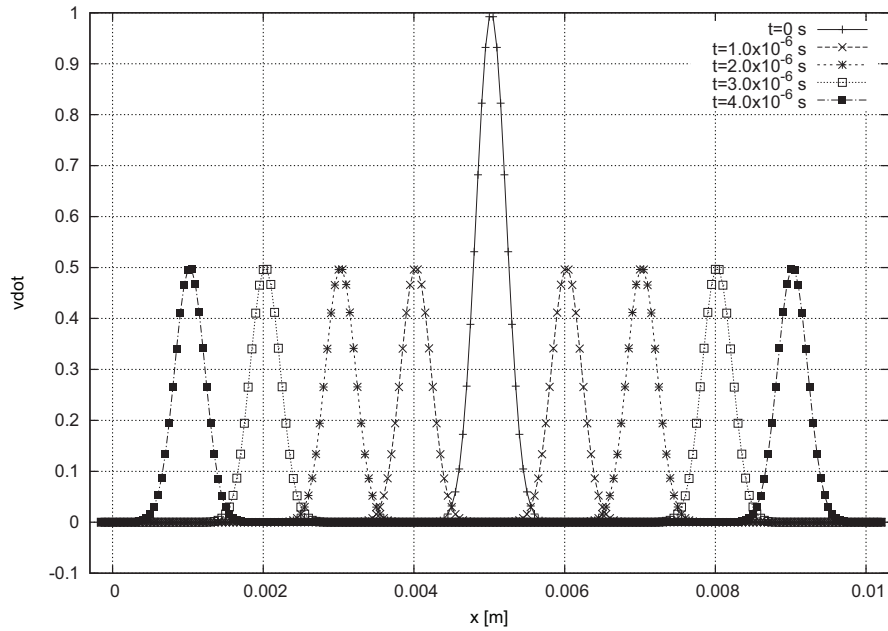


図 10: 波束 \dot{v}

- 周期境界条件を x, y, z 方向に設定.
- $\theta_1 = 0.5 \times 10^{-3}$ [m], 波束の位置を解析領域の中心に設定している.

式(??)の $t=0$ での \dot{w} を

$$\dot{v}(x, y, z, t = 0) = \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1)^2\right) \quad (12)$$

で初期条件として与えた。このとき応力 T 各成分は $t = 0$ で $T = 0$ となるように初期化した。 $t = 0$ [s] 以降の時間発展は、ソルバーが計算する。

図 10 は、 $t = 0, 1.0 \times 10^{-6}, 2.0 \times 10^{-6}, 3.0 \times 10^{-6}, 4.0 \times 10^{-6}$ での \dot{v} をプロットしたものである。横軸は位置 x である。 $t = 0$ の時 $x = 0.005$ が中心のガウス分布であることが分かる。その高さは 1 になっている。時間が進むと中心から左右 2 つのピークの高さは 0.5 のガウス分布に分かれて進んでいることが分かる。ガウス分布のピーク位置を用いて伝播する波の速度を計算すると 1.0×10^3 [m/s] となり、設定された c_s と等しいことが分かる。よって、ソルバーは正常に動作していると確認出来た。

3.1.2 x 方向空間差分精度検証 S 波

前述の動作確認と同様の波を入れ、 \dot{v} の数値解と解析解の差を誤差とした。設定した初期条件は以下である。

解析条件

- 横波速度 $c_s = 1.0 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は x 方向 1.0×10^{-2} [m], y 方向及び z 方向 $2 \times dh$ [m].
- $\theta_1 = 5.0 \times 10^{-3}$ [m] にして $t=0$ [s] での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅は $dt=1 \times 10^{-11}$ [s] で固定. 時間ステップで 100000 ステップ, $t = 1.0 \times 10^{-6}$ [s] まで計算した.

P 波での検証同様に空間刻み幅 $dh=3.33 \times 10^{-4}$ [m] から $dh=3.33 \times 10^{-6}$ [m] まで表 3 の通り変化させた.

P 波での検証同様、離散化式の 4 次精度と 2 次精度について、それぞれ計算を行った。具体的な誤差は以下の様に定義し評価した.

$$E_2(t) = \sqrt{\frac{\sum_N (\dot{v}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{v}(x, y, z, t))^2}{N}} \quad (13)$$

$$E_{inf}(t) = \max(|\dot{v}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{v}(x, y, z, t)|) \quad (14)$$

$\dot{v}(x, y, z, t)_{ex}$ は式 11 で表される解析解であり、 $\dot{v}(x, y, z, t)$ は数値解である。また N は全格子点数。 $t=1.0 \times 10^{-6}$ での $E_2 = E_2(t = 1.0 \times 10^{-6})$, $E_{inf} = E_{inf}(t = 1.0 \times 10^{-6})$ をもって、誤差として評価を行った。

結果

図 11、12 はこのようにして求めた誤差 E_2, E_{inf} をそれぞれプロットしたものである。P 波での検証同様、2 次精度差分式、4 次精度差分式をでの値をそれぞれ黒丸、白丸で表示している。空間刻み幅の大きな領域以外は、それぞれ一直線上に乗る様に見られる。そこで、精度を空間刻み幅の関数としてフィットを行った。フィットした関数は $f(x) = (ax)^n$ である。ここで x が空間刻み幅, a, n はフィットパラメータである。ここで n は両対数グラフで見た場合の直線の傾きである。また、フィットは点線で示した間の領域のデータのみを使用して行った。図中の実線は、フィットで得

表 3: 計算に使用した領域分割数と dh [m] およびクーラン数:S 波

領域分割数	dh [m]	クーラン数
30	3.33×10^{-4}	3.0×10^{-5}
40	2.5×10^{-4}	4.0×10^{-5}
50	2.0×10^{-4}	5.0×10^{-5}
60	1.67×10^{-4}	6.0×10^{-5}
70	1.43×10^{-4}	7.0×10^{-5}
80	1.25×10^{-4}	8.0×10^{-5}
100	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-4}
120	8.33×10^{-5}	1.2×10^{-4}
140	7.14×10^{-5}	1.4×10^{-4}
160	6.25×10^{-5}	1.6×10^{-4}
180	5.56×10^{-5}	1.8×10^{-4}
200	5.0×10^{-5}	2.0×10^{-4}
220	4.55×10^{-5}	2.2×10^{-4}
240	4.17×10^{-5}	2.4×10^{-4}
300	3.33×10^{-5}	3.0×10^{-4}
450	2.22×10^{-5}	4.5×10^{-4}
600	1.67×10^{-5}	6.0×10^{-4}
800	1.25×10^{-5}	8.0×10^{-4}
1000	1.0×10^{-5}	1.0×10^{-3}
1250	8.0×10^{-6}	1.25×10^{-3}
1500	6.67×10^{-6}	1.5×10^{-3}
3000	3.33×10^{-6}	3.0×10^{-3}

られた結果を示している.

このときフィットで得られた傾き n はそれぞれ

E2	2次精度	1.99
E2	4次精度	3.97
Einf	2次精度	1.99
Einf	4次精度	3.96

となった。2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える。また、4次精度についても傾きは4に近い値であり、精度の次数とほぼ同じと言える。

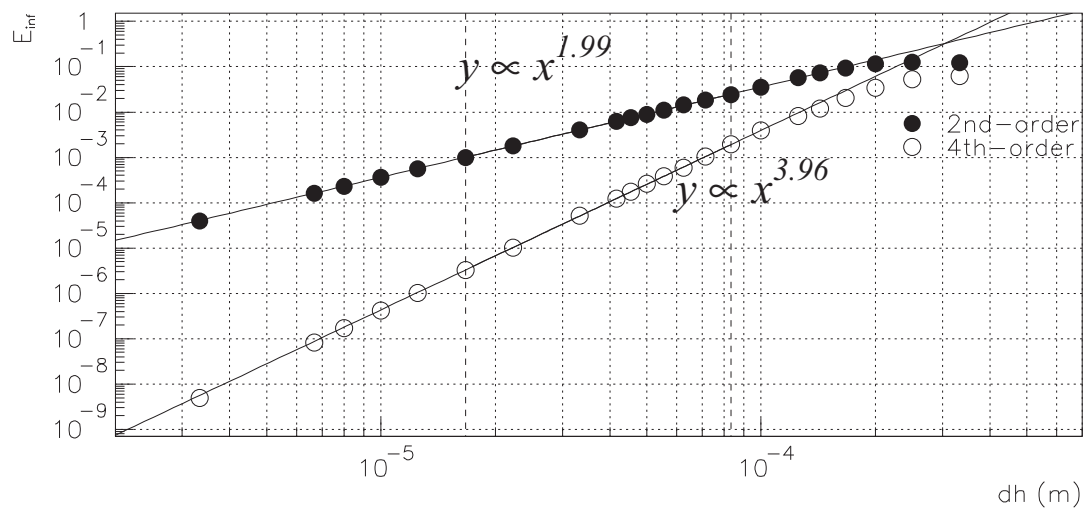
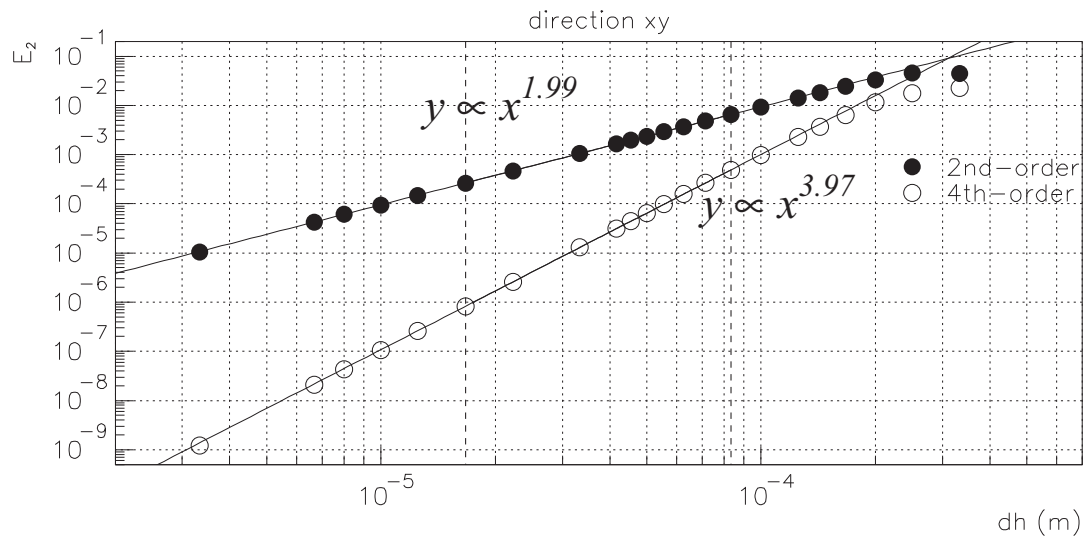


図 11: 空間刻み幅と誤差の両対数グラフ.S 波 x 方向変位は y . 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

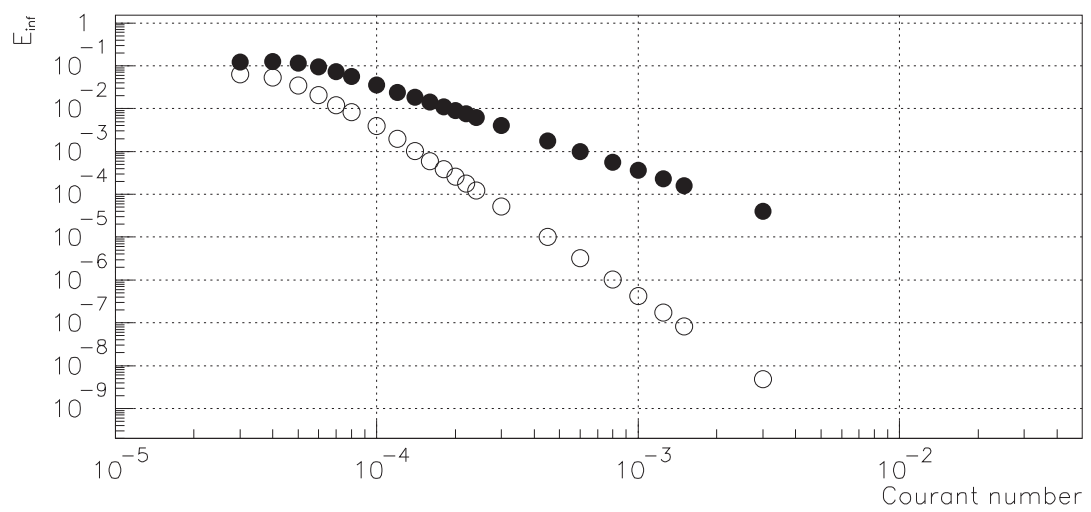
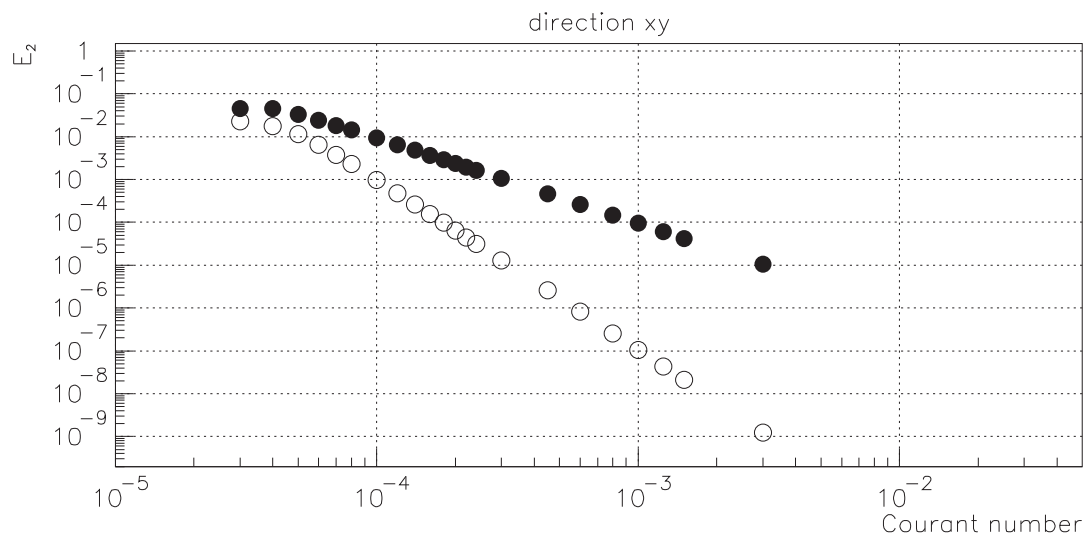


図 12: クーラン数と誤差の両対数グラフ.S 波 x 方向 y 変位. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

3.2 精度-3.1.2 進行 x 方向, 変位 z 方向の空間差分計算精度検証:S 波

x 方向に進行する (変位 z) での動作確認と空間差分精度を検証する。検証には、解析解として以下の式で表される波を用いた。

$$\dot{w}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 - c_s t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 + c_s t)^2\right) \right\} \quad (15)$$

ここで c_s は横波速度である。また、P 波の場合と同様 θ_1 は波の初期位置である。この波束も P 波の場合と同様にガウス分布型の波が位置 θ_1 から x 正負方向に進んで行く。大きさはガウス分布のピーク位置が $x = \theta_1, t = 0$ で 1 であり、左右にピーク位置の大きさ $1/2$ のガウス分布が進む。式 (??) の $t=0$ での \dot{w} を

$$\dot{w}(x, y, z, t = 0) = \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1)^2\right) \quad (16)$$

で初期条件として与えた。このとき応力 T 各成分は $t = 0$ で $T = 0$ となるように初期化した。 $t = 0$ [s] 以降の時間発展は、ソルバーが計算する。

3.2 と同様に、弾性波の動きと伝搬速度から、予想される通りに動作していることを確認した。

3.2.1 x 方向空間差分精度検証 S 波

前述の動作確認と同様の波を入れ、 \dot{w} の数値解と解析解の差を誤差とした。設定した初期条件は以下である。

解析条件

- 横波速度 $c_s = 1.0 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は x 方向 1.0×10^{-2} [m], y 方向及び z 方向 $2 \times dh$ [m].
- $\theta_1 = 5.0 \times 10^{-3}$ [m] にして $t=0$ [s] での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅は $dt=1 \times 10^{-11}$ [s] で固定. 時間ステップで 100000 ステップ, $t = 1.0 \times 10^{-6}$ [s] まで計算した.

P波での検証同様に空間刻み幅 $dh=3.33 \times 10^{-4}$ [m] から $dh=3.33 \times 10^{-6}$ [m] まで表3の通り変化させた. 離散化式の4次精度と2次精度について、それぞれ誤差を以下の様に定義し評価した.

$$E2(t) = \sqrt{\frac{\sum_N (\dot{w}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{w}(x, y, z, t))^2}{N}} \quad (17)$$

$$E_{inf}(t) = \max(|\dot{w}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{w}(x, y, z, t)|) \quad (18)$$

$\dot{w}(x, y, z, t)_{ex}$ は式15で表される解析解 $\dot{w}(x, y, z, t)$ は数値解である. また N は全格子点数. $t=1.0 \times 10^{-6}$ での $E_2 = E_2(t = 1.0 \times 10^{-6})$, $E_{inf} = E_{inf}(t = 1.0 \times 10^{-6})$ をもって、誤差として評価を行った。

結果

図13、14はこのようにして求めた誤差 E_2, E_{inf} をそれぞれプロットしたものである。P波での検証同様、2次精度差分式、4次精度差分式をでの値をそれぞれ黒丸、白丸で表示している。空間刻み幅の大きな領域以外は、それぞれ一直線上に乗る様に見られる。そこで、精度を空間刻み幅の関数としてフィットを行った。フィットした関数は $f(x) = (ax)^n$ である。ここで x が空間刻み幅, a, n はフィットパラメータである。ここで n は両対数グラフで見た場合の直線の傾きである。また、フィットは点線で示した間の領域のデータのみを使用して行った。図中の実線は、フィットで得られた結果を示している。

このときフィットで得られた傾き n はそれぞれ

E2	2次精度	1.99
E2	4次精度	3.97
Einf	2次精度	1.99
Einf	4次精度	3.96

となった。2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える。また、4次精度についても傾きは4に近い値であり、精度の次数とほぼ同じと言える。また、先の3.1での誤差と数値が一致しており、ソルバーの対称性が確認出来た。

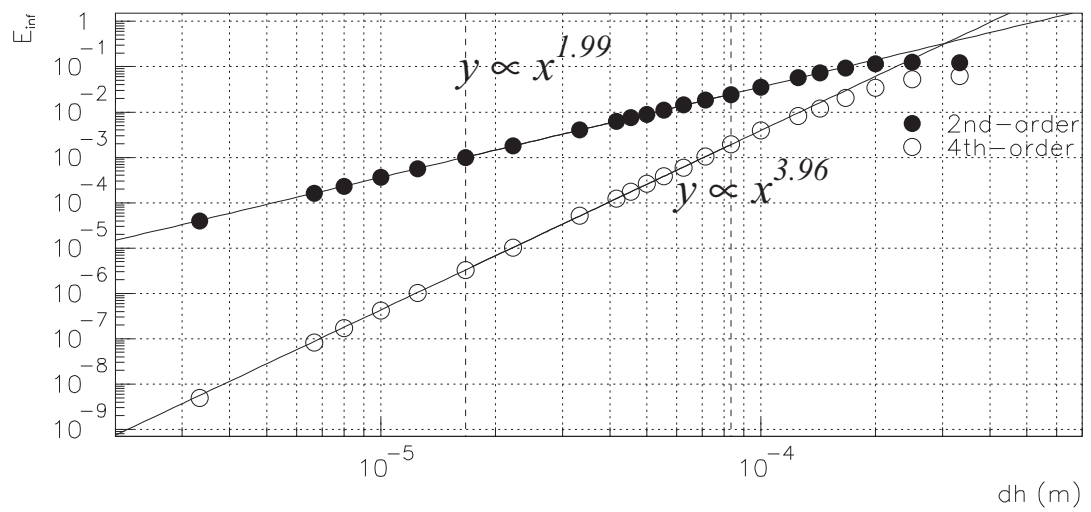
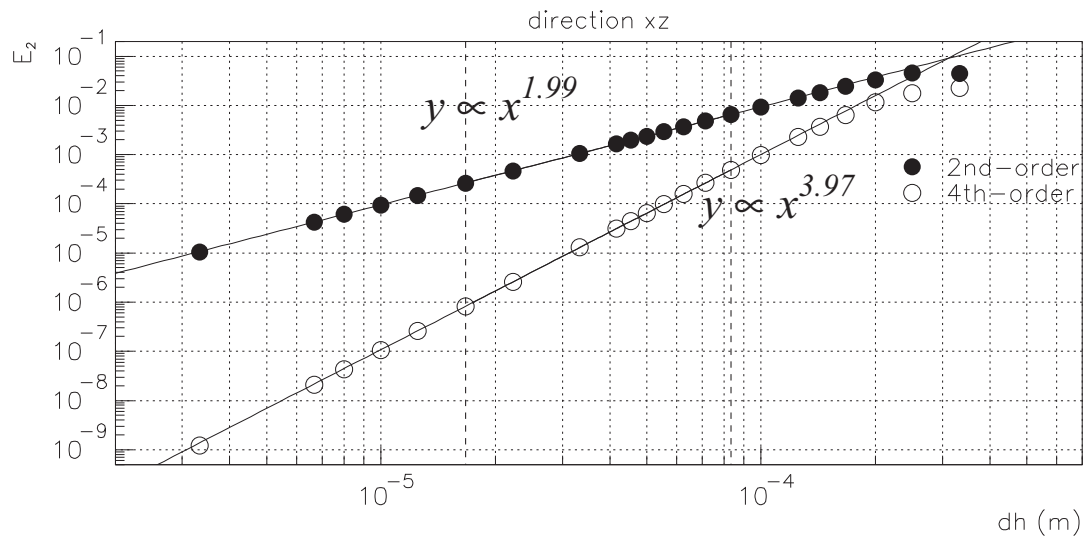


図 13: 空間刻み幅と誤差の両対数グラフ.S 波 x 方向変位は z. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

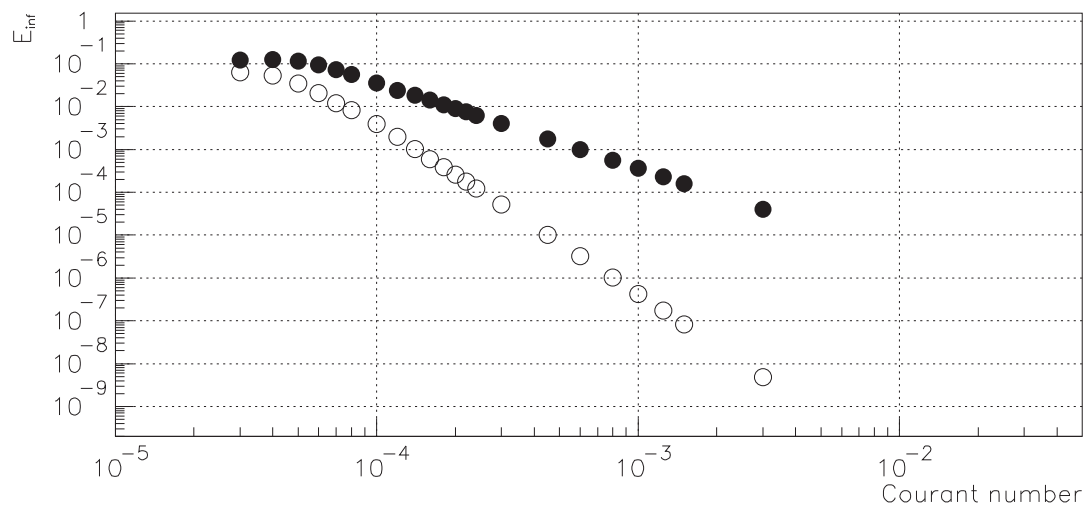
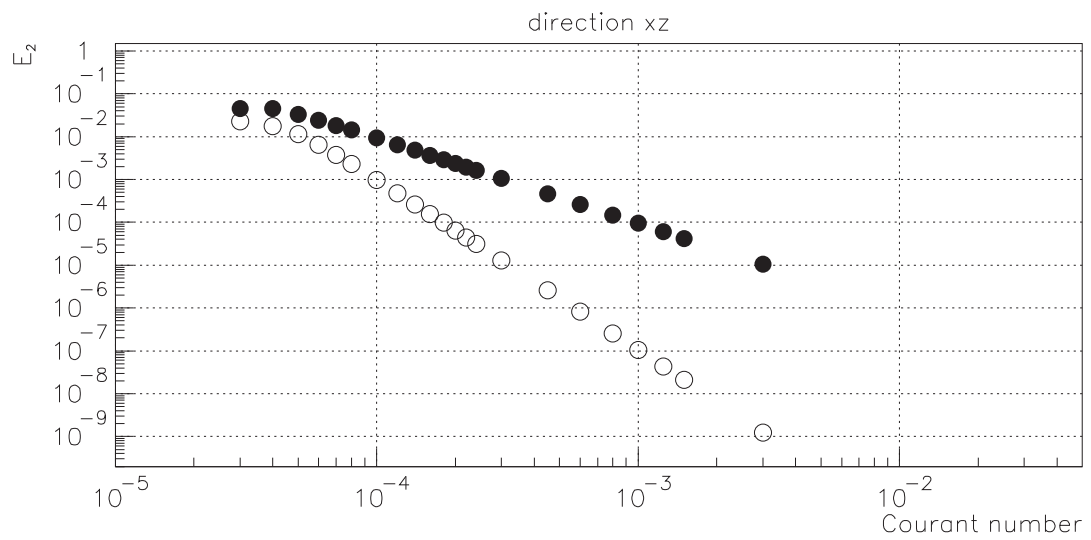


図 14: クーラン数と誤差の両対数グラフ.S 波 x 方向 y 変位. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

3.3 精度-3.1.2 進行 y 方向, 変位 z 方向の空間差分計算精度検証:S 波

y 方向に進行する (変位 z) での動作確認と空間差分精度を検証する。検証には、解析解として以下の式で表される波を用いた。

$$\dot{w}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(y - \theta_2 - c_s t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(y - \theta_2 + c_s t)^2\right) \right\} \quad (19)$$

ここで c_s は横波速度である。また、P 波の場合と同様 θ_2 は波の初期位置である。この波束も P 波の場合と同様にガウス分布型の波が位置 θ_2 から y 正負方向に進んで行く。大きさはガウス分布のピーク位置が $y = \theta_2, t = 0$ で 1 であり、左右にピーク位置の大きさ $1/2$ のガウス分布が進む。式 (23) の $t=0$ での \dot{w} を

$$\dot{w}(x, y, z, t = 0) = \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(y - \theta_2)^2\right) \quad (20)$$

で初期条件として与えた。このとき応力 T 各成分は $t = 0$ で $T = 0$ となるように初期化した。 $t = 0$ [s] 以降の時間発展は、ソルバーが計算する。

3.1, 3.2 と同様に、弾性波の動きと伝搬速度から、予想される通りに動作していることを確認した。

3.3.1 x 方向空間差分精度検証 S 波

前述の動作確認と同様の波を入れ、 \dot{w} の数値解と解析解の差を誤差とした。設定した初期条件は以下である。

解析条件

- 横波速度 $c_s = 1.0 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は y 方向 1.0×10^{-2} [m], x 方向及び z 方向 $2 \times dh$ [m].
- $\theta_2 = 5.0 \times 10^{-3}$ [m] にして $t=0$ [s] での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅は $dt=1 \times 10^{-11}$ [s] で固定. 時間ステップで 100000 ステップ, $t = 1.0 \times 10^{-6}$ [s] まで計算した.

P波での検証同様に空間刻み幅 $dh=3.33 \times 10^{-4}$ [m] から $dh=3.33 \times 10^{-6}$ [m] まで表3の通り変化させた. 離散化式の4次精度と2次精度について、それぞれ誤差を以下の様に定義し評価した.

$$E2(t) = \sqrt{\frac{\sum_N (\dot{w}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{w}(x, y, z, t))^2}{N}} \quad (21)$$

$$E_{inf}(t) = \max(|\dot{w}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{w}(x, y, z, t)|) \quad (22)$$

$\dot{w}(x, y, z, t)_{ex}$ は式19で表される解析解, $\dot{w}(x, y, z, t)$ は数値解である. また N は全格子点数. $t=1.0 \times 10^{-6}$ [s] での $E_2 = E_2(t = 1.0 \times 10^{-6})$, $E_{inf} = E_{inf}(t = 1.0 \times 10^{-6})$ をもって、誤差として評価を行った.

結果

図15はこのようにして求めた誤差 E_2, E_{inf} をそれぞれプロットしたものである. P波での検証同様、2次精度差分式、4次精度差分式をでの値をそれぞれ黒丸、白丸で表示している. 空間刻み幅の大きな領域以外は、それぞれ一直線上に乗る様に見られる. そこで、精度を空間刻み幅の関数としてフィットを行った. フィットした関数は $f(x) = (ax)^n$ である. ここで x が空間刻み幅, a, n はフィットパラメータである. ここで n は両対数グラフで見た場合の直線の傾きである. また、フィットは点線で示した間の領域のデータのみを使用して行った. 図中の実線は、フィットで得られた結果を示している.

このときフィットで得られた傾き n はそれぞれ

E2	2次精度	1.99
E2	4次精度	3.97
Einf	2次精度	1.99
Einf	4次精度	3.96

となった. 2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える. また、4次精度についても傾きは4に近い値であり、精度の次数とほぼ同じと言える. また、先の3.1,3.2での誤差と数値が一致しており、ソルバーの対称性が確認出来た.

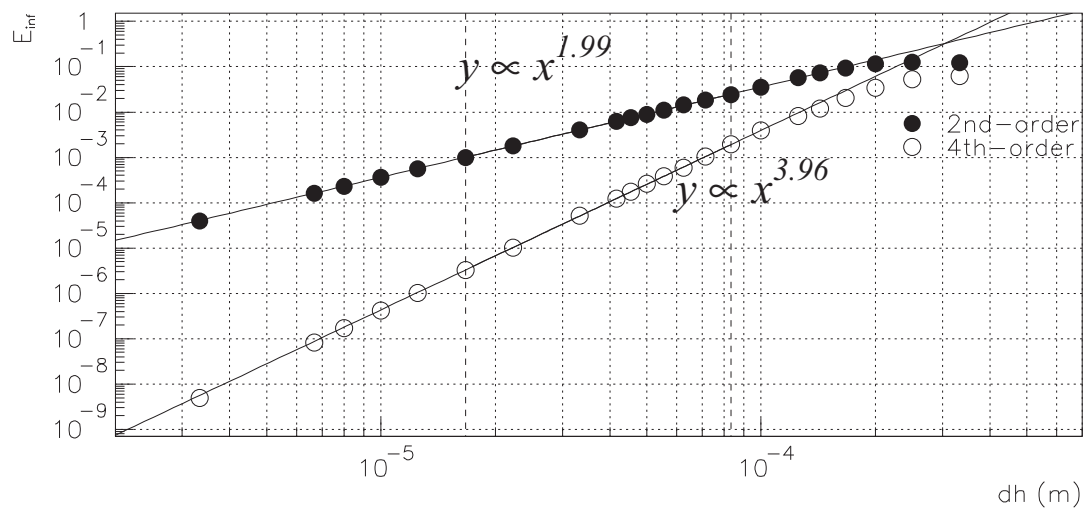
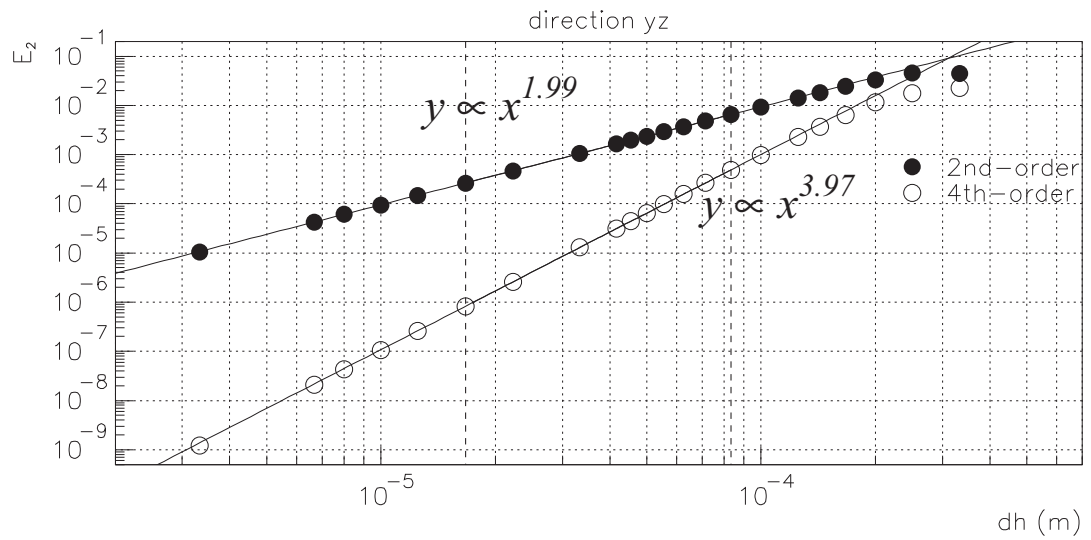


図 15: 空間刻み幅と誤差の両対数グラフ.S 波 y 方向変位は z. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

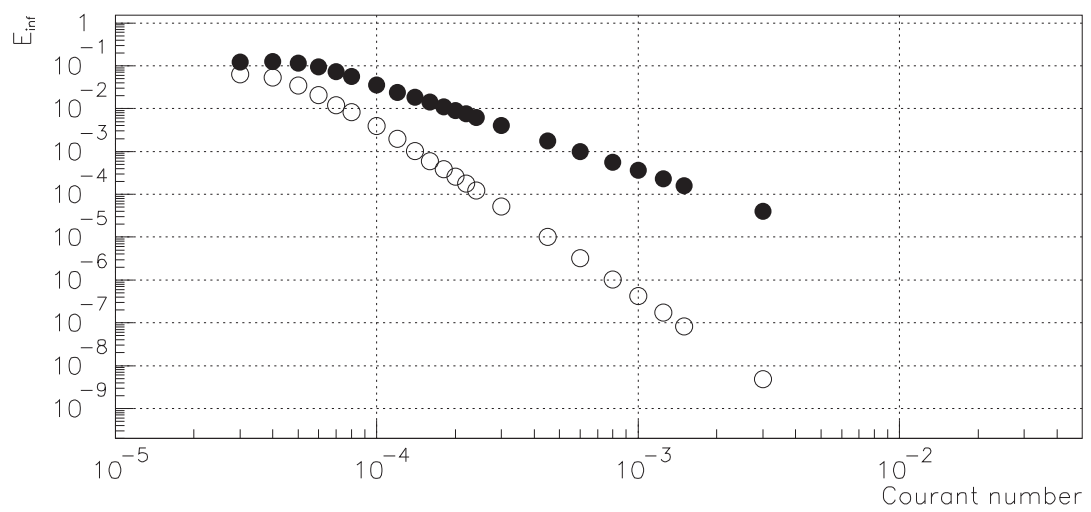
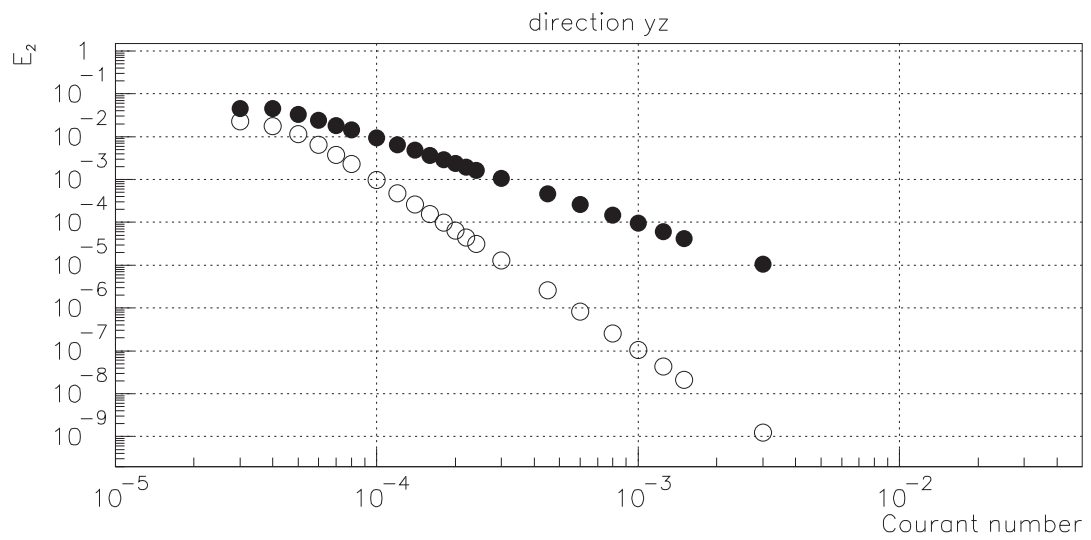


図 16: クーラン数と誤差の両対数グラフ.S 波 y 方向 z 変位. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

3.4 精度-3.1.2 進行 y 方向, 変位 x 方向の空間差分計算精度検証:S 波

y 方向に進行する (変位 x) での動作確認と空間差分精度を検証する。検証には、解析解として以下の式で表される波を用いた。

$$\dot{u}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(y - \theta_2 - c_s t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(y - \theta_2 + c_s t)^2\right) \right\} \quad (23)$$

ここで c_s は横波速度である。また、P 波の場合と同様 θ_2 は波の初期位置である。この波束も P 波の場合と同様にガウス分布型の波が位置 θ_2 から y 正負方向に進んで行く。大きさはガウス分布のピーク位置が $y = \theta_2, t = 0$ で 1 であり、左右にピーク位置の大きさ $1/2$ のガウス分布が進む。式 (23) の $t=0$ での \dot{u} を

$$\dot{u}(x, y, z, t = 0) = \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(y - \theta_2)^2\right) \quad (24)$$

で初期条件として与えた。このとき応力 T 各成分は $t = 0$ で $T = 0$ となるように初期化した。 $t = 0$ [s] 以降の時間発展は、ソルバーが計算する。

3.1, 3.2 と同様に、弾性波の動きと伝搬速度から、予想される通りに動作していることを確認した。

3.4.1 x 方向空間差分精度検証 S 波

前述の動作確認と同様の波を入れ、 \dot{u} の数値解と解析解の差を誤差とした。設定した初期条件は以下である。

解析条件

- 横波速度 $c_s = 1.0 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は y 方向 1.0×10^{-2} [m], x 方向及び z 方向 $2 \times dh$ [m].
- $\theta_2 = 5.0 \times 10^{-3}$ [m] にして $t=0$ [s] での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅は $dt=1 \times 10^{-11}$ [s] で固定. 時間ステップで 100000 ステップ, $t = 1.0 \times 10^{-6}$ [s] まで計算した.

P波での検証同様に空間刻み幅 $dh=3.33 \times 10^{-4}$ [m] から $dh=3.33 \times 10^{-6}$ [m] まで表3の通り変化させた. 離散化式の4次精度と2次精度について、それぞれ誤差を以下の様に定義し評価した.

$$E2(t) = \sqrt{\frac{\sum (\dot{u}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{u}(x, y, z, t))^2}{N}} \quad (25)$$

$$E_{inf}(t) = \max(|\dot{u}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{u}(x, y, z, t)|) \quad (26)$$

$\dot{u}(x, y, z, t)_{ex}$ は式23で表される解析解, $\dot{u}(x, y, z, t)$ は数値解である. また N は全格子点数. $t=1.0 \times 10^{-6}$ [s] での $E_2 = E_2(t = 1.0 \times 10^{-6})$, $E_{inf} = E_{inf}(t = 1.0 \times 10^{-6})$ をもって、誤差として評価を行った。

結果

図17はこのようにして求めた誤差 E_2, E_{inf} をそれぞれプロットしたものである. P波での検証同様、2次精度差分式、4次精度差分式をでの値をそれぞれ黒丸、白丸で表示している. 空間刻み幅の大きな領域以外は、それぞれ一直線上に乗る様に見られる. そこで、精度を空間刻み幅の関数としてフィットを行った. フィットした関数は $f(x) = (ax)^n$ である. ここで x が空間刻み幅, a, n はフィットパラメータである. ここで n は両対数グラフで見た場合の直線の傾きである. また、フィットは点線で示した間の領域のデータのみを使用して行った. 図中の実線は、フィットで得られた結果を示している.

このときフィットで得られた傾き n はそれぞれ

E2	2次精度	1.99
E2	4次精度	3.97
Einf	2次精度	1.99
Einf	4次精度	3.96

となった. 2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える. また、4次精度についても傾きは4に近い値であり、精度の次数とほぼ同じと言える. また、先の3.1,3.2,3.3での誤差と数値が一致しており、ソルバーの対称性が確認出来た。

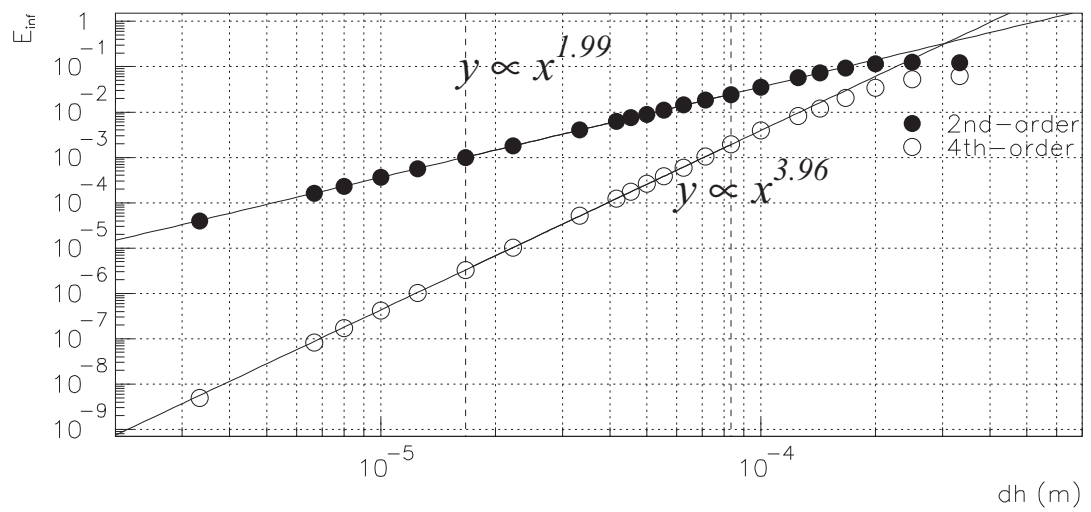
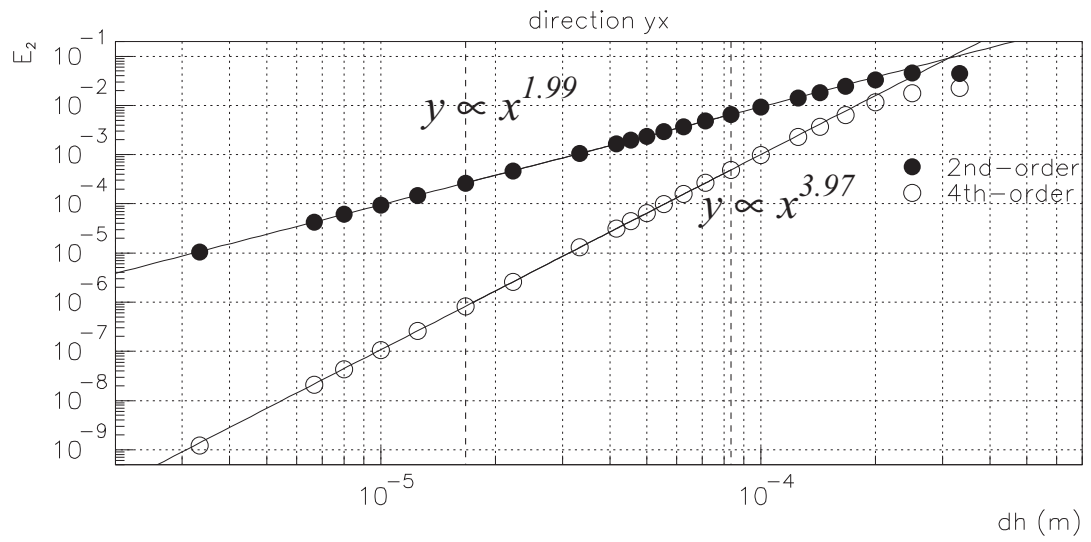


図 17: 空間刻み幅と誤差の両対数グラフ.S 波 y 方向変位は z. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

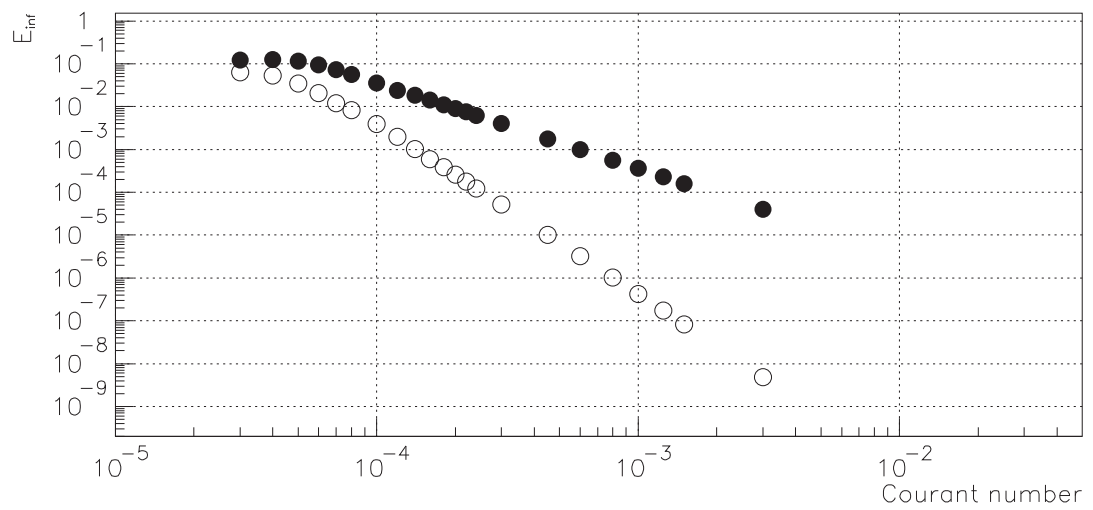
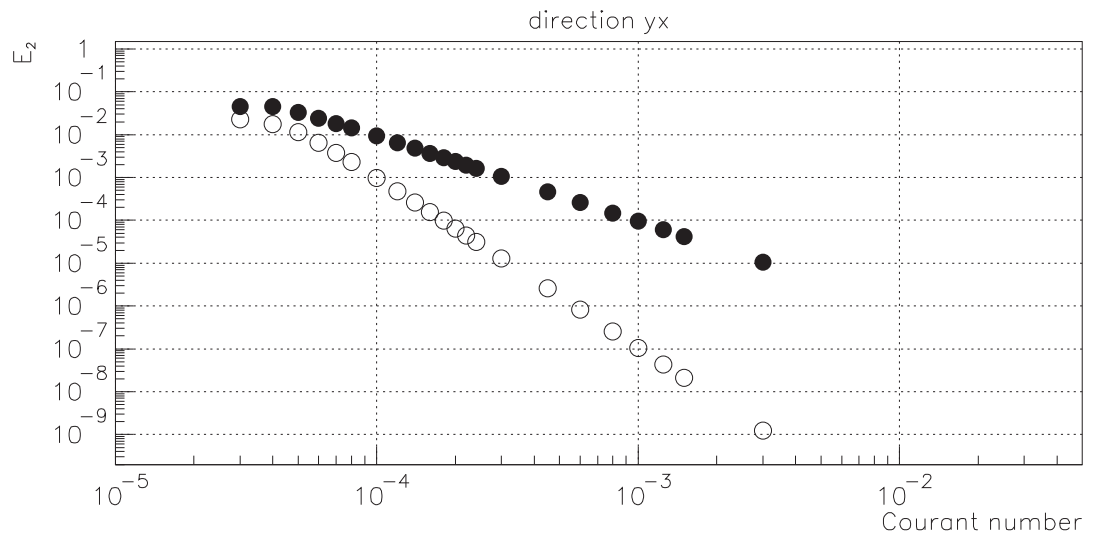


図 18: クーラン数と誤差の両対数グラフ.S 波 y 方向 z 変位. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

3.5 精度-3.1.2 進行z方向, 変位x方向の空間差分計算精度検証:S波

z方向に進行する(変位*x*)での動作確認と空間差分精度を検証する。検証には、解析解として以下の式で表される波を用いた。

$$\dot{u}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(z - \theta_3 - c_s t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(z - \theta_3 + c_s t)^2\right) \right\} \quad (27)$$

ここで c_s は横波速度である。また、P波の場合と同様 θ_3 は波の初期位置である。この波束もP波の場合と同様にガウス分布型の波が位置 θ_3 からz正負方向に進んで行く。大きさはガウス分布のピーク位置が $y = \theta_3, t = 0$ で1であり、左右にピーク位置の大きさ1/2のガウス分布が進む。式(27)の $t=0$ での \dot{u} を

$$\dot{u}(x, y, z, t = 0) = \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(z - \theta_3)^2\right) \quad (28)$$

で初期条件として与えた。このとき応力*T*各成分は $t = 0$ で $T = 0$ となるように初期化した。 $t = 0$ [s]以降の時間発展は、ソルバーが計算する。

3.1, 3.2 3.3, 3.4と同様に、弾性波の動きと伝搬速度から、予想される通りに動作していることを確認した。

3.5.1 x方向空間差分精度検証S波

前述の動作確認と同様の波を入れ、 \dot{u} の数値解と解析解の差を誤差とした。設定した初期条件は以下である。

解析条件

- 横波速度 $c_s = 1.0 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は z 方向 1.0×10^{-2} [m], x 方向及び y 方向 $2 \times dh$ [m].
- $\theta_3 = 5.0 \times 10^{-3}$ [m] にして $t=0$ [s] での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅は $dt=1 \times 10^{-11}$ [s] で固定. 時間ステップで 100000 ステップ, $t = 1.0 \times 10^{-6}$ [s] まで計算した.

P波での検証同様に空間刻み幅 $dh=3.33 \times 10^{-4}$ [m] から $dh=3.33 \times 10^{-6}$ [m] まで表3の通り変化させた. 離散化式の4次精度と2次精度について、それぞれ誤差を以下の様に定義し評価した.

$$E2(t) = \sqrt{\frac{\sum (\dot{u}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{u}(x, y, z, t))^2}{N}} \quad (29)$$

$$E_{inf}(t) = \max(|\dot{u}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{u}(x, y, z, t)|) \quad (30)$$

$\dot{u}(x, y, z, t)_{ex}$ は式27で表される解析解, $\dot{u}(x, y, z, t)$ は数値解である. また N は全格子点数. $t=1.0 \times 10^{-6}$ [s] での $E_2 = E_2(t = 1.0 \times 10^{-6})$, $E_{inf} = E_{inf}(t = 1.0 \times 10^{-6})$ をもって、誤差として評価を行った。

結果

図19はこのようにして求めた誤差 E_2, E_{inf} をそれぞれプロットしたものである. P波での検証同様、2次精度差分式、4次精度差分式をでの値をそれぞれ黒丸、白丸で表示している. 空間刻み幅の大きな領域以外は、それぞれ一直線上に乗る様に見られる. そこで、精度を空間刻み幅の関数としてフィットを行った. フィットした関数は $f(x) = (ax)^n$ である. ここで x が空間刻み幅, a, n はフィットパラメータである. ここで n は両対数グラフで見た場合の直線の傾きである. また、フィットは点線で示した間の領域のデータのみを使用して行った. 図中の実線は、フィットで得られた結果を示している.

このときフィットで得られた傾き n はそれぞれ

E2	2次精度	1.99
E2	4次精度	3.97
Einf	2次精度	1.99
Einf	4次精度	3.96

となった. 2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える. また、4次精度についても傾きは4に近い値であり、精度の次数とほぼ同じと言える. また、先の3.1,3.2,3.3での誤差と数値が一致しており、ソルバーの対称性が確認出来た。

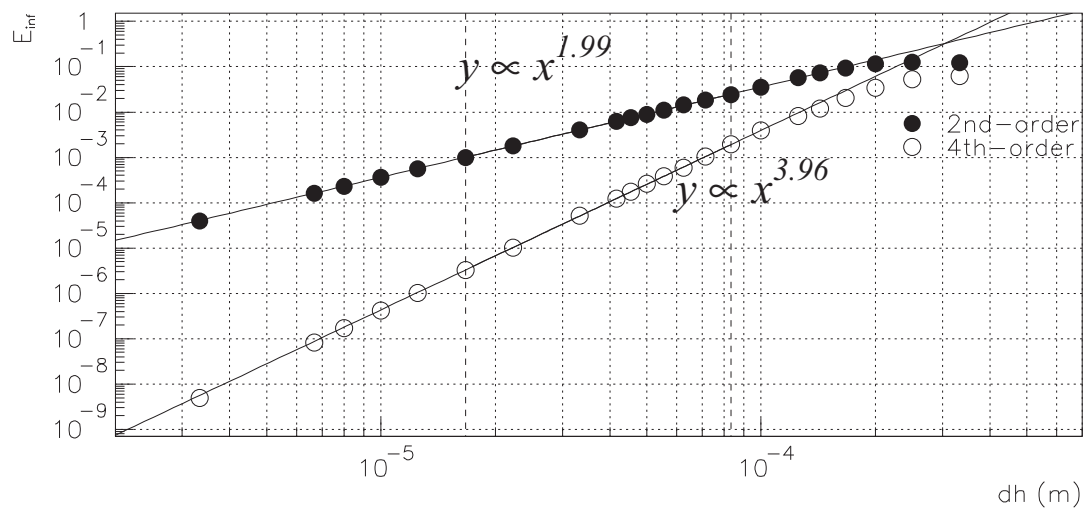
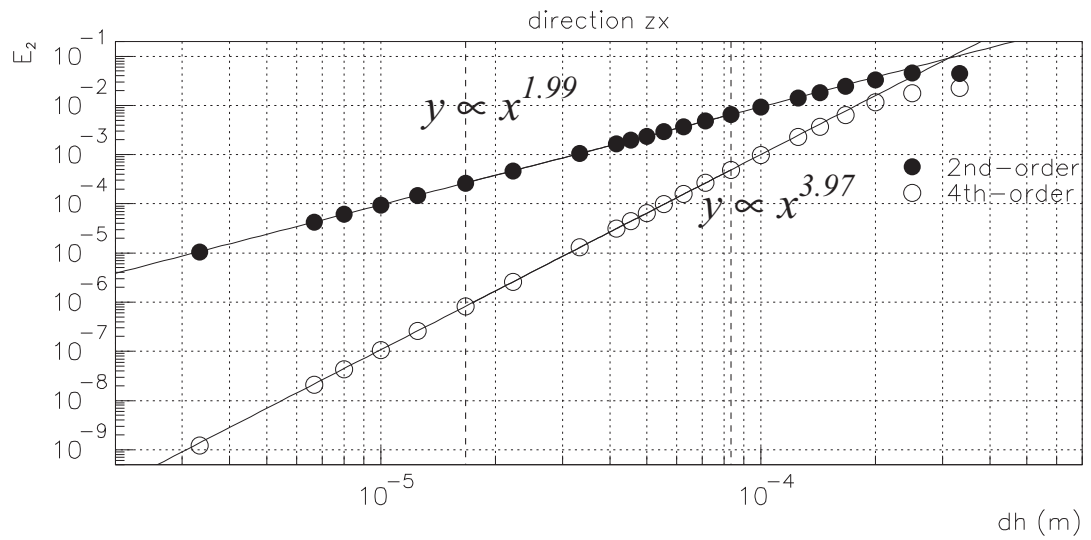


図 19: 空間刻み幅と誤差の両対数グラフ.S 波 z 方向変位は x. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

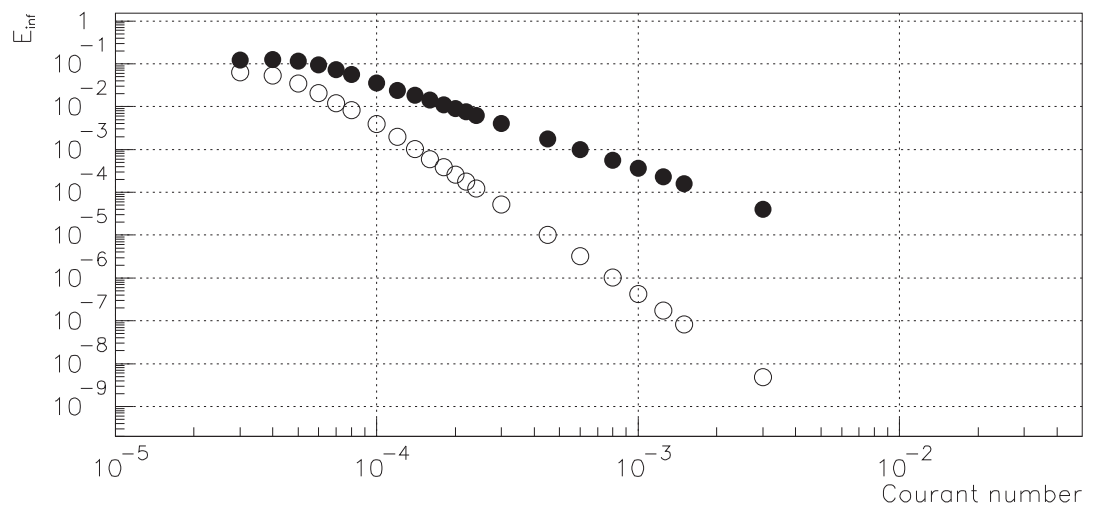
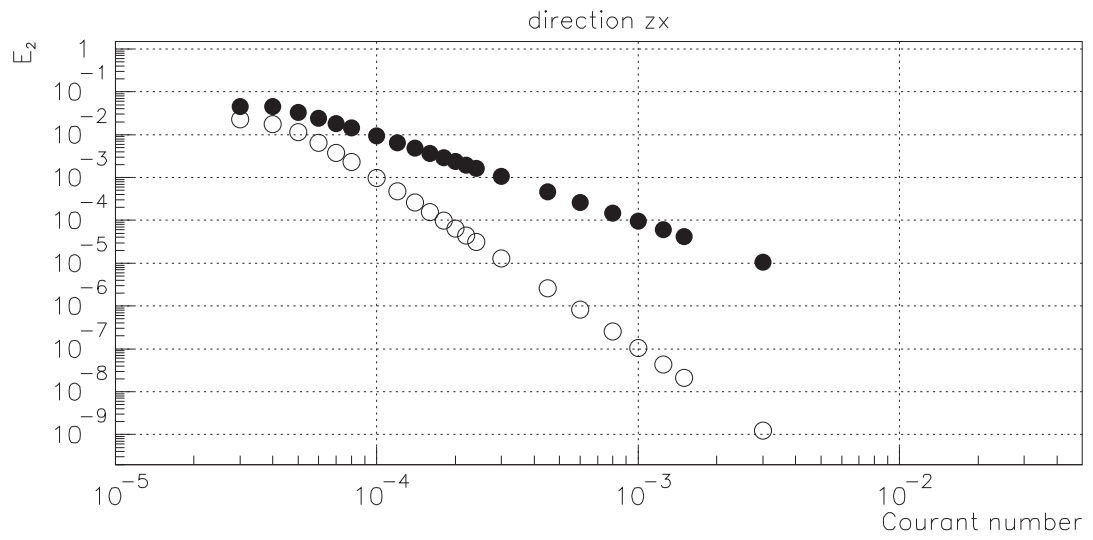


図 20: クーラン数と誤差の両対数グラフ.S 波 z 方向 y 変位. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

3.6 精度-3.1.2 進行 z 方向, 変位 y 方向の空間差分計算精度検証:S 波

z 方向に進行する (変位 y) での動作確認と空間差分精度を検証する。検証には、解析解として以下の式で表される波を用いた。

$$\dot{v}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(z - \theta_3 - c_s t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(z - \theta_3 + c_s t)^2\right) \right\} \quad (31)$$

ここで c_s は横波速度である。また、P 波の場合と同様 θ_3 は波の初期位置である。この波束も P 波の場合と同様にガウス分布型の波が位置 θ_3 から z 正負方向に進んで行く。大きさはガウス分布のピーク位置が $y = \theta_3, t = 0$ で 1 であり、左右にピーク位置の大きさ $1/2$ のガウス分布が進む。式 (31) の $t=0$ での \dot{v} を

$$\dot{v}(x, y, z, t = 0) = \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(z - \theta_3)^2\right) \quad (32)$$

で初期条件として与えた。このとき応力 T 各成分は $t = 0$ で $T = 0$ となるように初期化した。 $t = 0$ [s] 以降の時間発展は、ソルバーが計算する。

3.1, 3.2 3.3, 3.4 と同様に、弾性波の動きと伝搬速度から、予想される通りに動作していることを確認した。

3.6.1 x 方向空間差分精度検証 S 波

前述の動作確認と同様の波を入れ、 \dot{v} の数値解と解析解の差を誤差とした。設定した初期条件は以下である。

解析条件

- 横波速度 $c_s = 1.0 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は z 方向 1.0×10^{-2} [m], x 方向及び y 方向 $2 \times dh$ [m].
- $\theta_3 = 5.0 \times 10^{-3}$ [m] にして $t=0$ [s] での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅は $dt=1 \times 10^{-11}$ [s] で固定. 時間ステップで 100000 ステップ, $t = 1.0 \times 10^{-6}$ [s] まで計算した.

P波での検証同様に空間刻み幅 $dh=3.33 \times 10^{-4}$ [m] から $dh=3.33 \times 10^{-6}$ [m] まで表3の通り変化させた. 離散化式の4次精度と2次精度について、それぞれ誤差を以下の様に定義し評価した.

$$E2(t) = \sqrt{\frac{\sum (\dot{v}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{v}(x, y, z, t))^2}{N}} \quad (33)$$

$$E_{inf}(t) = \max(|\dot{v}(x, y, z, t)_{ex}) - \dot{v}(x, y, z, t)|) \quad (34)$$

$\dot{v}(x, y, z, t)_{ex}$ は式31で表される解析解, $\dot{v}(x, y, z, t)$ は数値解である. また N は全格子点数. $t=1.0 \times 10^{-6}$ [s] での $E_2 = E_2(t = 1.0 \times 10^{-6})$, $E_{inf} = E_{inf}(t = 1.0 \times 10^{-6})$ をもって、誤差として評価を行った。

結果

図21はこのようにして求めた誤差 E_2, E_{inf} をそれぞれプロットしたものである. P波での検証同様、2次精度差分式、4次精度差分式をでの値をそれぞれ黒丸、白丸で表示している. 空間刻み幅の大きな領域以外は、それぞれ一直線上に乗る様に見られる. そこで、精度を空間刻み幅の関数としてフィットを行った. フィットした関数は $f(x) = (ax)^n$ である. ここで x が空間刻み幅, a, n はフィットパラメータである. ここで n は両対数グラフで見た場合の直線の傾きである. また、フィットは点線で示した間の領域のデータのみを使用して行った. 図中の実線は、フィットで得られた結果を示している.

このときフィットで得られた傾き n はそれぞれ

E2	2次精度	1.99
E2	4次精度	3.97
Einf	2次精度	1.99
Einf	4次精度	3.96

となった. 2次精度での傾きは2と等しく、精度の次数と同じであると言える. また、4次精度についても傾きは4に近い値であり、精度の次数とほぼ同じと言える. また、先の3.1,3.2,3.3での誤差と数値が一致しており、ソルバーの対称性が確認出来た。

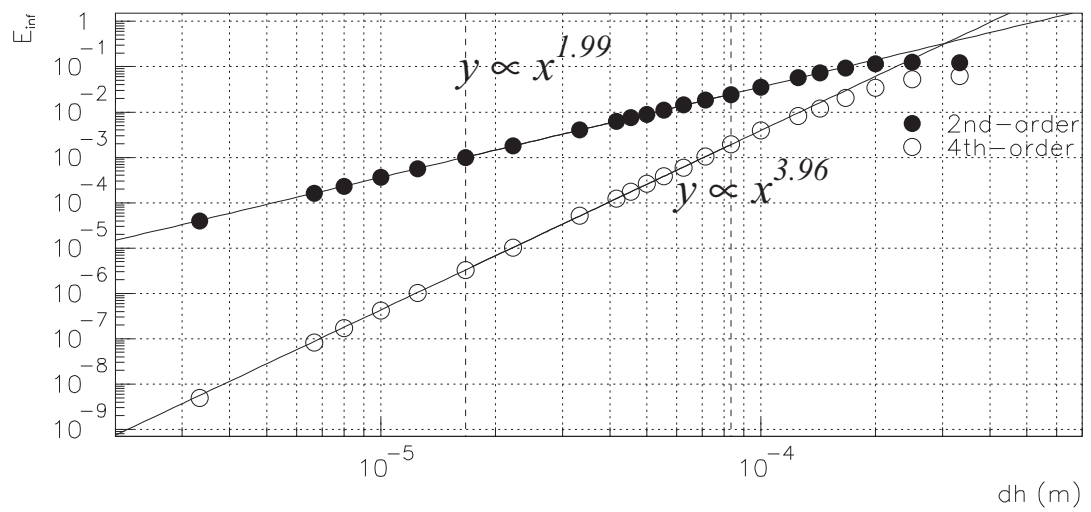
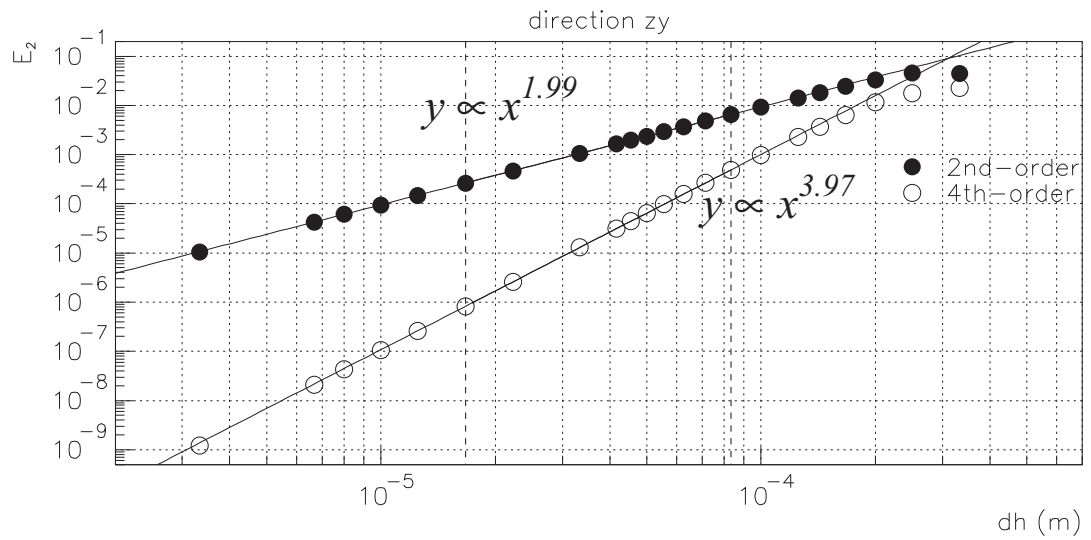


図 21: 空間刻み幅と誤差の両対数グラフ.S 波 z 方向変位は x . 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

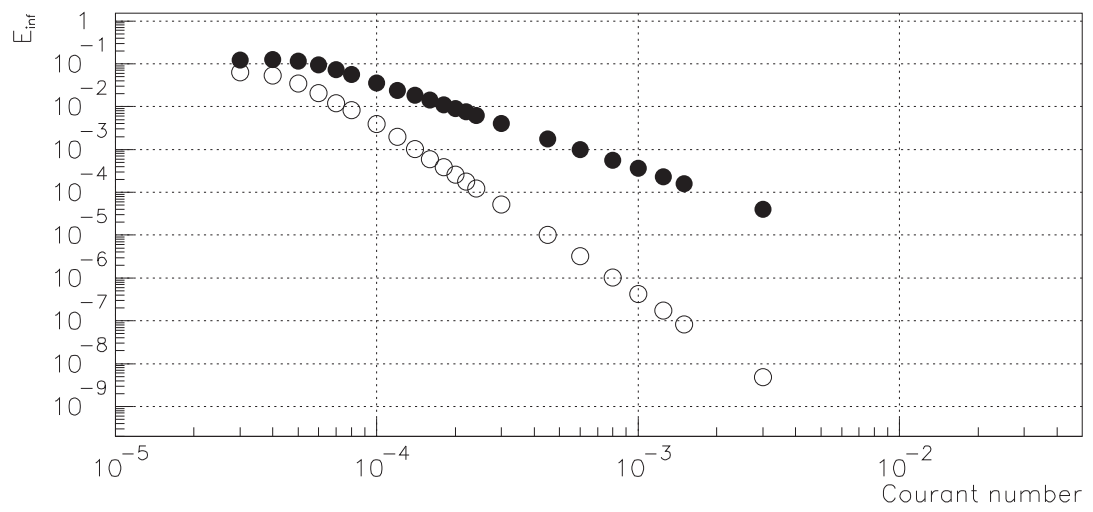
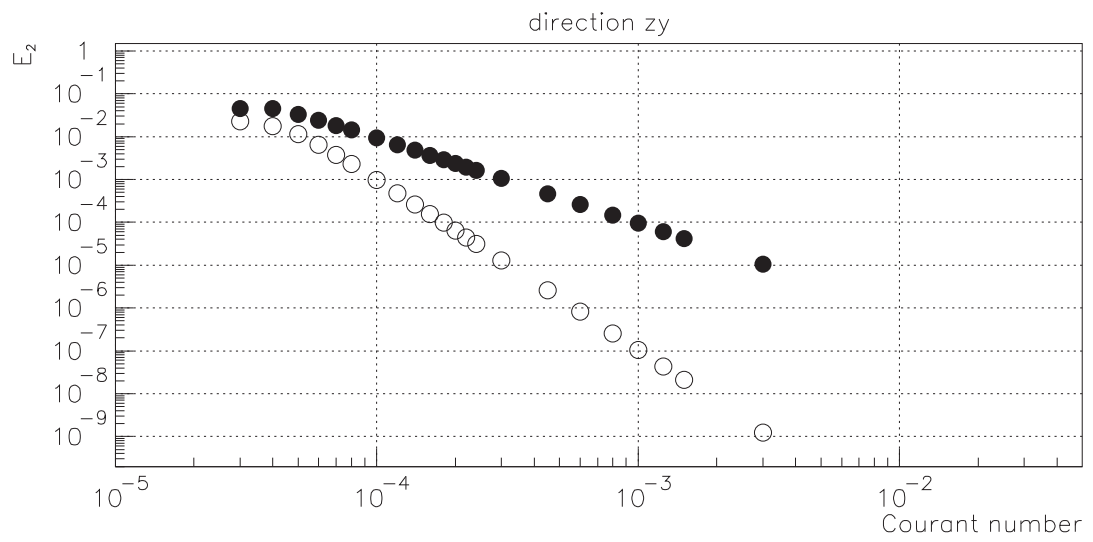


図 22: クーラン数と誤差の両対数グラフ.S 波 z 方向 y 変位. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

3.7 精度-3.2 時間差分計算精度検証:S 波

S 波を用いて 3.7 と同様の検証を行った。

この条件で時間刻み幅 $dt=1.0 \times 10^{-10}$ [s] から $dt=2.5 \times 10^{-14}$ [s] まで変化させた。誤差の定義は 2.1.2 と同じで、それぞれ 1500 ステップに相当する t で評価する。

結果

図 23 は誤差をプロットしたもので、横軸は dt [s] である。空間差分精度検証と同様に点線で示された領域で、べき関数でフィットを行うと、その傾きは、

E2	2 次精度	1.95
E2	4 次精度	1.94
Einf	2 次精度	1.95
Einf	4 次精度	2.08

となった。2 次精度での傾きは 2 と等しく、精度の次数と同じであると言える。

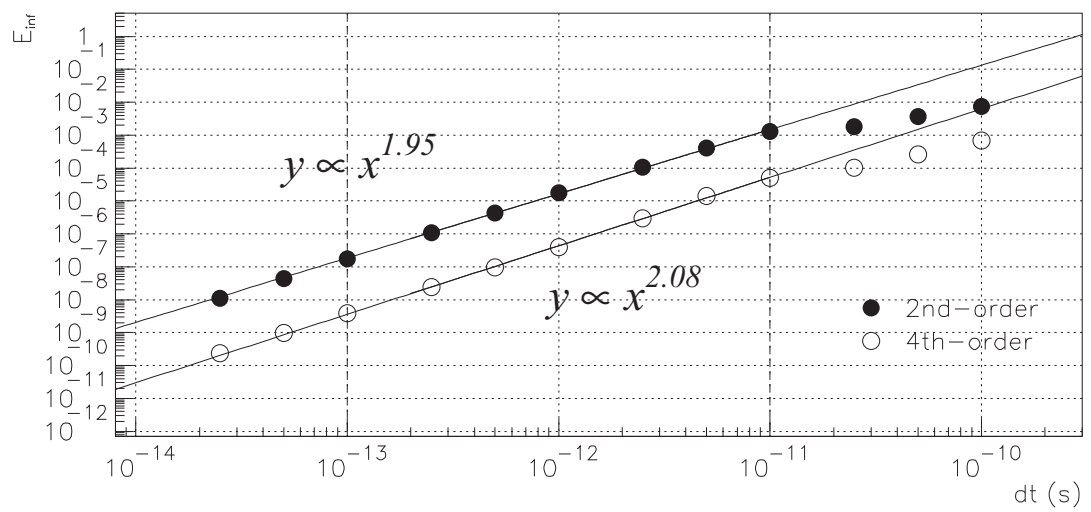
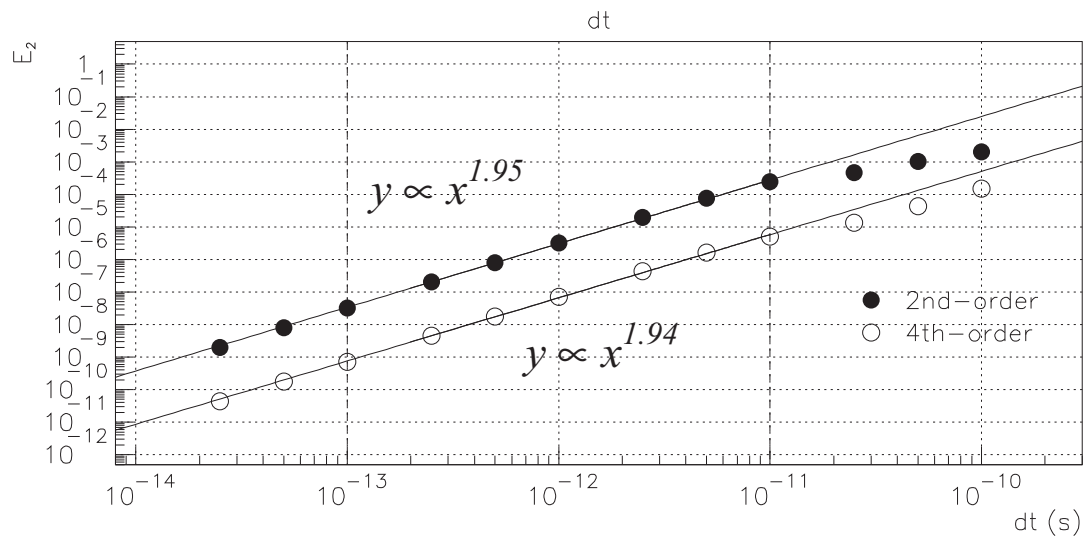


図 23: 時間刻み幅と誤差の両対数グラフ.P 波 x 方向. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

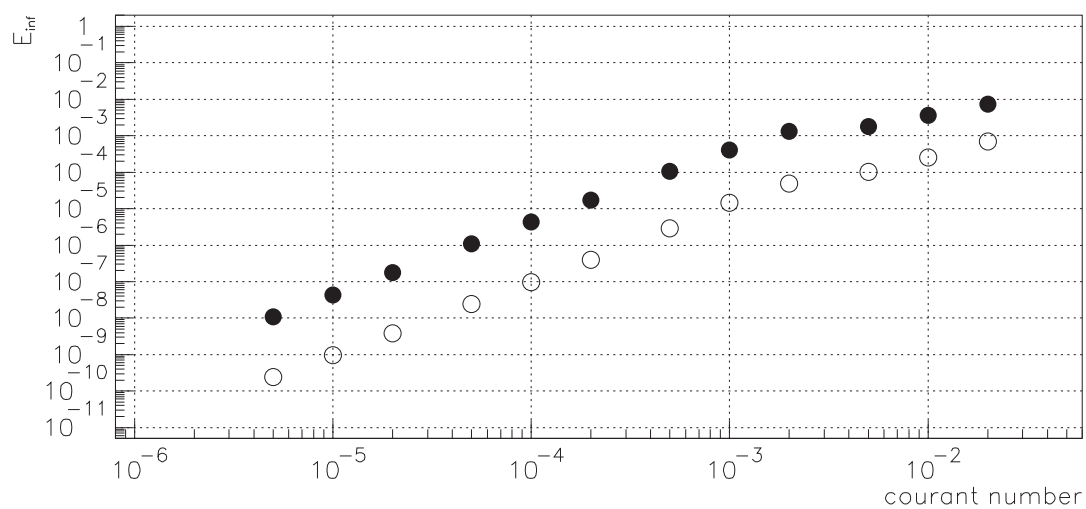
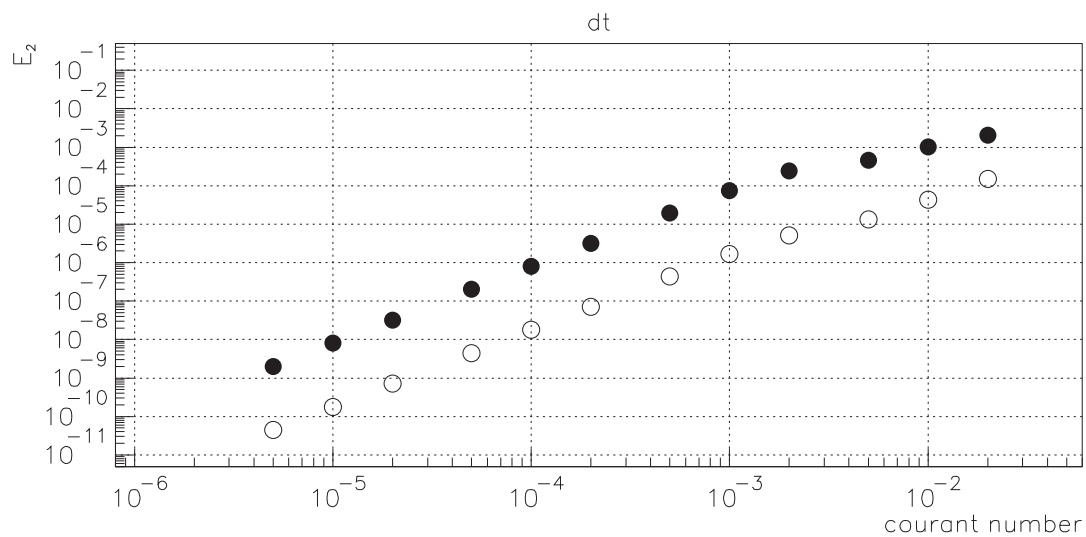


図 24: クーラン数と誤差の両対数グラフ.P 波 x 方向. 縦軸はそれぞれ E_2 (上) 及び E_{inf} (下).

4 その他動作検証

4.1 境界-1.1 x方向の周期境界条件 P 波

周期境界を X 軸方向に設定検証に使用する波の式は

$$\dot{u}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 - c_p t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 + c_p t)^2\right) \right\} \quad (35)$$

解析条件

- 周期境界を x 方向に設定、y 方向および z 方向は周期境界を設定
- 縦波速度 $c_p = 2 \times 10^3$ [m/s].
- 領域は x 方向 1.0×10^{-2} [m], y 方向及び z 方向 $2 \times dh$ [m].
- $dh = 5.0 \times 10^{-5}$ [m].
- $\theta_1 = 0.5 \times 10^{-2}$ にして $t=0$ での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅 $dt=0.5 \times 10^{-10}$.
- 時間ステップは 800000 回繰り返し、全体時間が 4.0×10^{-4} [s] になるように設定.

結果図 25 に $t = 0$ から 50000 ステップまでの \dot{u} をプロットした. 50000 ステップ目でちょうど波は境界 ($x = 0, 0.01$) に達する. 周期的境界であるので、x 正負の方向に進んだ波が境界で重ね合わせられ、 $t = 0$ と同じ形の分布が ($x = 0, 0.01$) に跨がって現れている. 図 26, 27 に $x = 0, x = 0.01$ 付近の 45000, 50000, 55000 ステップでの \dot{u} をプロットした. 50000 ステップ目で境界上で波の重ね合わせが起こっている. 45000 ステップ、55000 ステップでは波が重なっているが、その波の進行方向はそれぞれ逆向きである.

この後、100000 ステップ目に波は初期状態に戻り、以後 100000 ステップごとに領域の中心位置に初期波束と同様の状態を作る. 図 28 に 100000 ステップごとに初期状態とのずれをプロットしてある. これを見ると 8000000 ステップでは初期波束との差は 1%程度であることが分かる.

これらにより x 方向の周期的境界は期待される動作をしていることが確認できた.

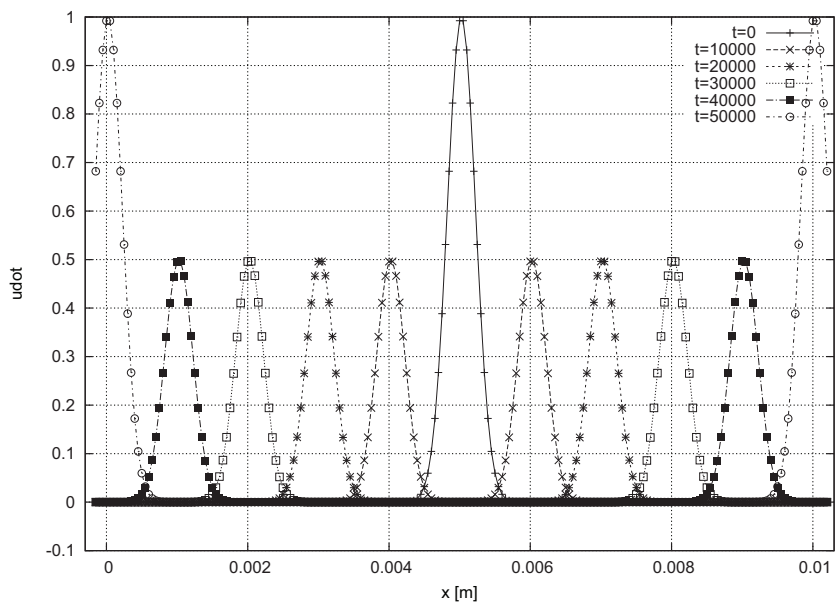


図 25: 波束 \dot{u} . 50000 ステップまで.

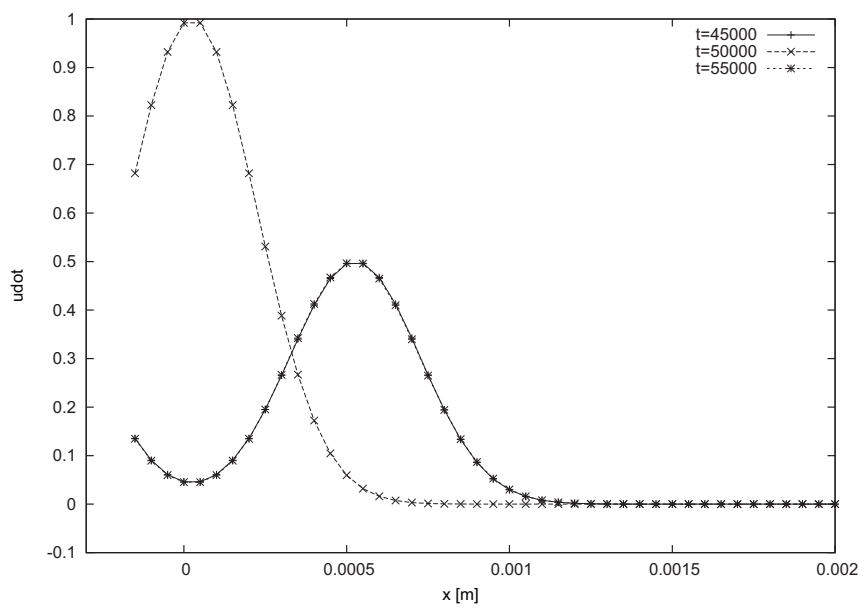


图 26: 波束 \dot{u} $x = 0$ 付近.

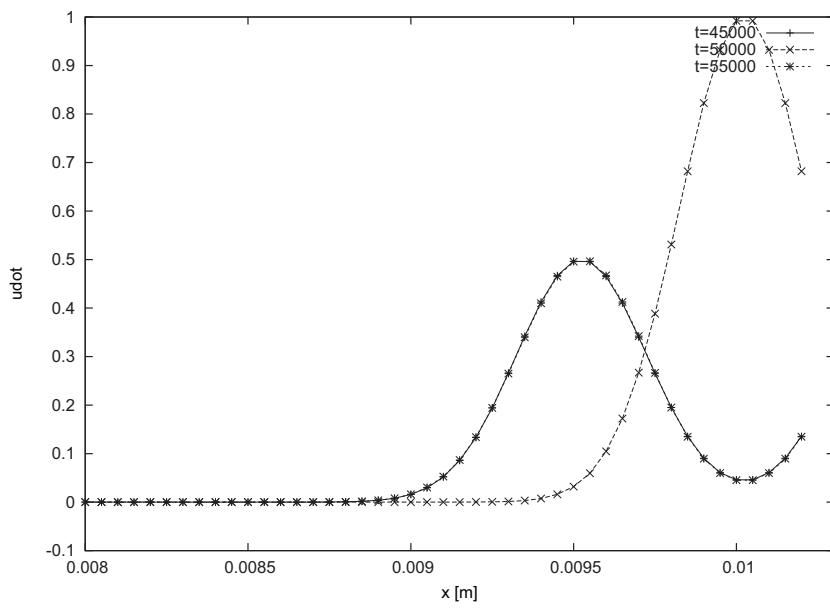


图 27: 波束 \dot{u} $x = 0.01$ 附近.

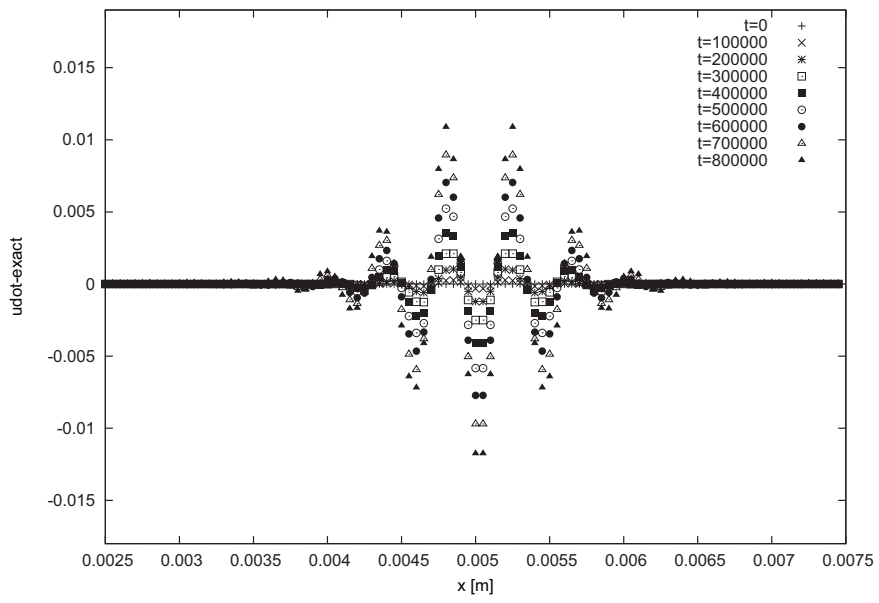


図 28: 波束 u と厳密解との差

4.2 境界-1.1 x方向の周期境界条件 s波

S波でも同様に周期境界条件を設定して確認した。進行x方向、変位y方向での波を入れた。条件はP波の場合と同じで、縦波速度が横波速度になる。

図29に \dot{v} をそれぞれのタイムステップごとに示す。100000ステップ目で波は境界に達するが、周期的境界条件の為に、 $t=0$ での波束と同様の形が境界領域に現れる。図30,31に \dot{v} を境界付近の様子を示す。P波の場合と同様に100000ステップ目時間的、空間的に対称になっていることが分かる。この後、200000ステップから200000ステップごとに波は中心位置で初期波束と同じ形を取る。図32に \dot{v} と初期波束の差をプロットしてある、800000ステップでその差は0.5%程度であることが分かる。

これらにより、周期的境界条件がS波で機能していることが確認出来た。また、進行方向がxで変位がz方向の波でも同様の検証を行い、同様に動作することを確認した。

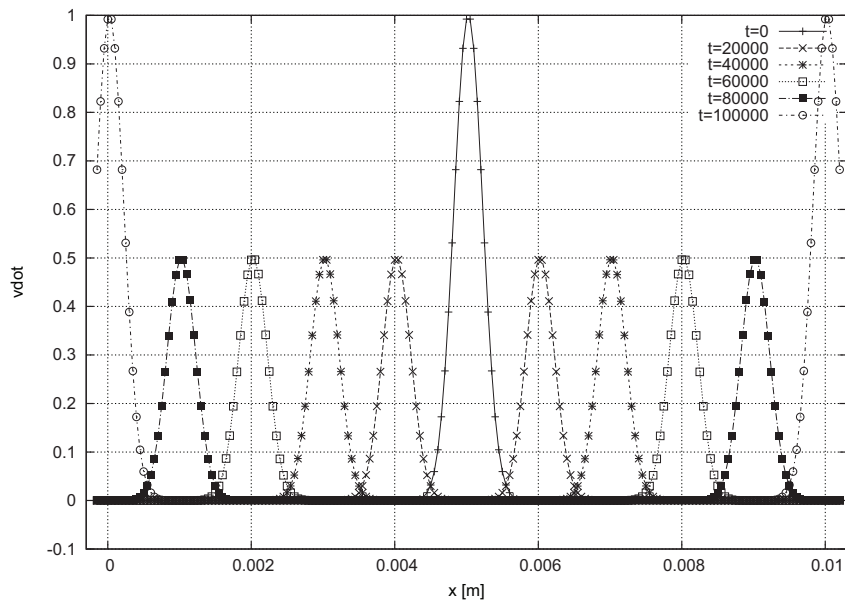


図 29: 波束 \dot{v}

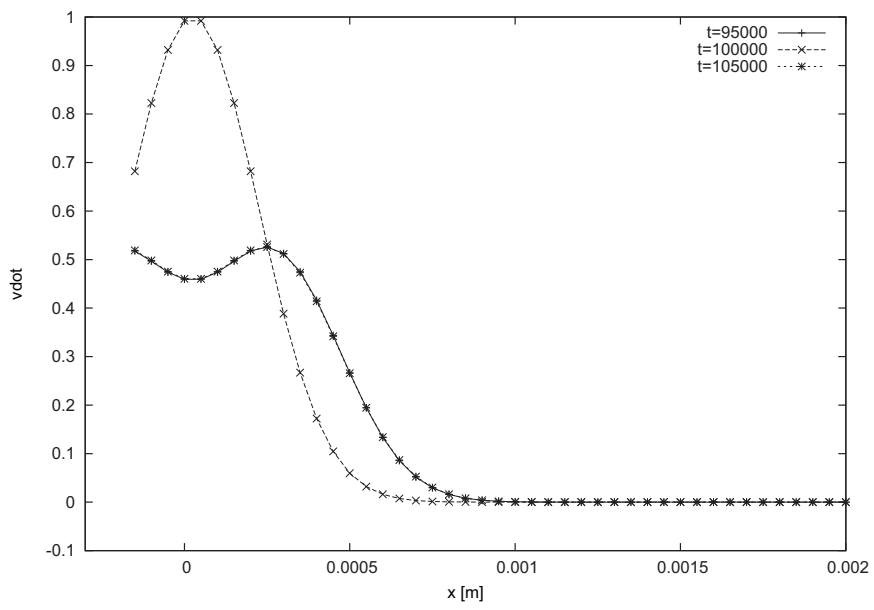


图 30: 波束 \dot{v} 境界付近

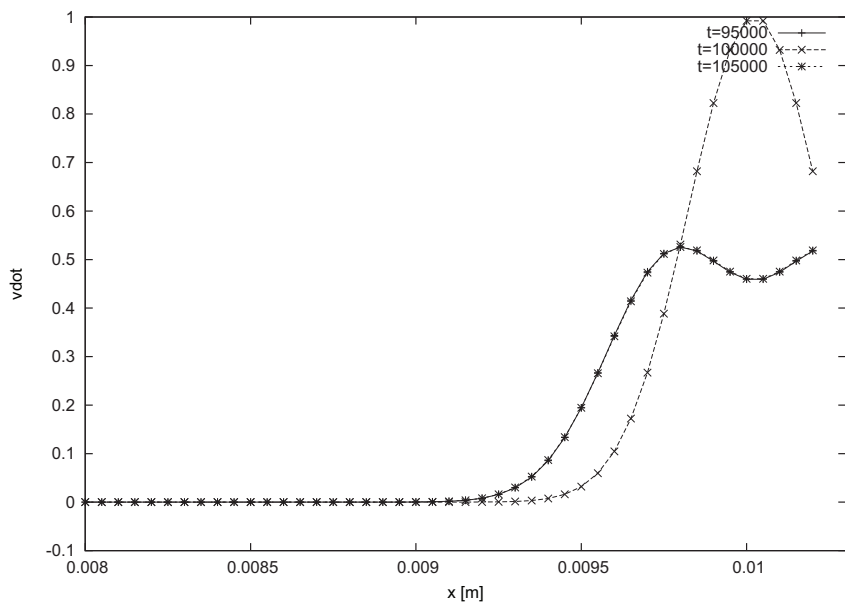


图 31: 波束 \dot{v} 境界付近

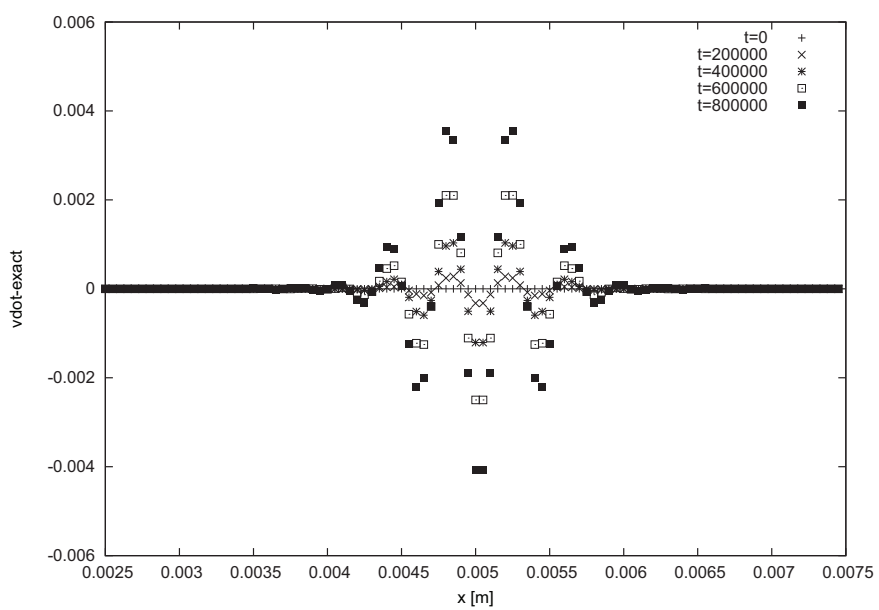


図 32: 波束 v と厳密解との差

4.3 境界-1.2 y方向の周期境界条件

周期境界をy軸方向に設定し、x軸方向での検証と同様にy軸方向についても行った。P波およびS波（変位z, 変位x）について、x軸方向での検証同様にy軸方向でも正常に動作することを確認した。

4.4 境界-1.3 z方向の周期境界条件

周期境界をz軸方向に設定。x軸方向,y軸方向での検証と同様にz軸方向について検証を行った。z軸方向に進行するP波およびS波（変位x, 変位y）について、x軸方向,y軸方向での検証同様にz軸方向でも正常に動作することを確認した。

4.5 境界-2.1 x方向の対称境界条件

対称境界について変更あり。

対称境界を x 軸方向に設定し、検証を行った。

検証に使用する波の式は S 波で、

$$\dot{v}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 - c_p t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 + c_p t)^2\right) \right\} \quad (36)$$

を設定した。

解析条件

- 対称境界を x 方向に設定、y 方向および z 方向は周期境界を設定
- 横波速度 $c_p = 1.0 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は x 方向 5.0×10^{-3} [m], y 方向及び z 方向 $2 \times dh$ [m].
- $dh = 5.0 \times 10^{-5}$ [m].
- $\theta_1 = 2.5 \times 10^{-3}$ で t=0 での波束の位置を領域の中心に設定した.
- 時間の刻み幅 $dt = 0.5 \times 10^{-10}$.

検証に使用する検証モデルは x 方向の周期境界を検証したものと同様である。ただし 対称境界を x 方向に設定し、ガイドセルを 30 点とり対称境界条件の動作を確認しやすくした。中央部にガウス分布型の \dot{v} の初期値を与え、時間発展させた。

図 33 に \dot{v} を示す。対称境界は $x = 0, 0.005$ にある。対称境界をはさんで対称な波形がガイドセル領域にみられる。時間を進めて行くと、解析領域の波が正、負双方に分かれて進むが、それと対称にガイドセル内で波が進んでいるのが見られる。

よって対称境界は正常に動作していることを確認した。S 波進行 x 方向変位 y 方向で確認したが、P 波、及び S 波進行 x 方向変位 z 方向でも同様の動作を確認している。

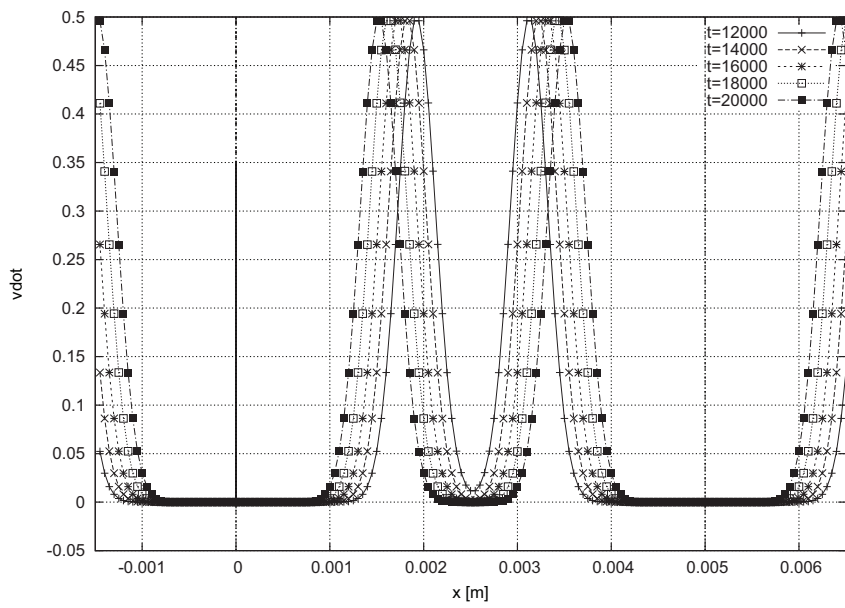


图 33: 波束 \dot{v}

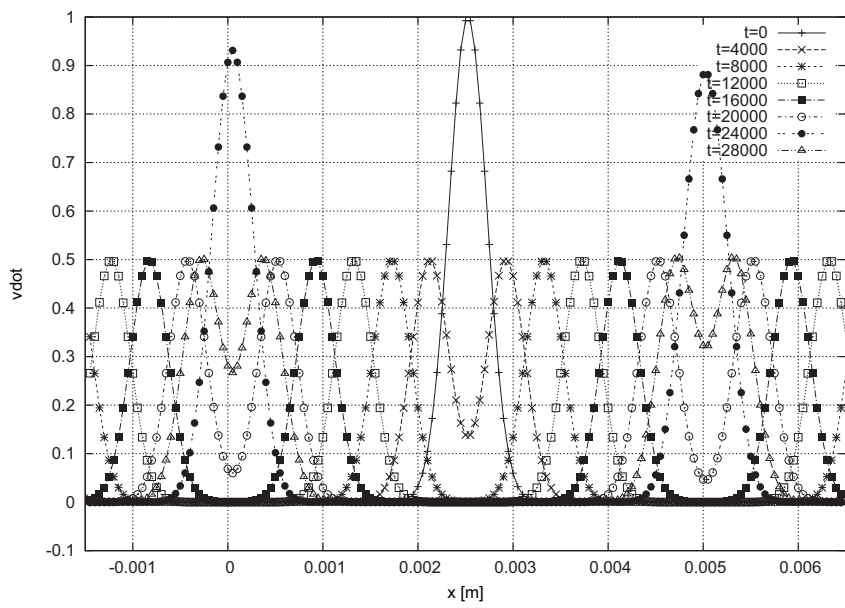


图 34: 波束 \dot{v}

4.6 境界-2.2 y方向の対称境界条件

対称境界について変更あり。4.5と同様に領域の長手方向をy方向、対称境界をy方向に取り、検証を行った。P波、S波（変位 z 及び x 方向）について、対称境界が正常に動作していることを確認した。

4.7 境界-2.3 z方向の対称境界条件

対称境界について変更あり。

4.5,4.6と同様に領域の長手方向を z 方向、対称境界を z 方向に取り、検証を行った。P波、S波（変位 x 及び y 方向）について、対称境界が正常に動作していることを確認した。

4.8 境界-3.1 吸収境界条件

以下のような波，解析条件で PML の性能を評価した。

$$\dot{v}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 - c_p t)^2\right) + \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2}(x - \theta_1 + c_p t)^2\right) \right\} \quad (37)$$

解析条件

- 横波速度 $c_p = 2 \times 10^3$ [m/s]
- 領域は $x=1 \times 10^{-2}$ [m] 固定, $y=1 \times 10^{-5}$ [m] 固定, $z=1 \times 10^{-5}$ [m].
- x 軸方向の領域両端に PML を 30 層設定. 減衰項 $\sigma(r) = \sigma_{max}\left(\frac{r}{\delta}\right)^n$ の n は 4
- x 軸方向の境界設定は何も指定せず、y 軸方向、z 軸方向に周期的境界条件を設定している。
- $dt = 10^{-11}$ [s], $dh = 0.5 \times 10^{-5}$ [s]

図 35,36 に \dot{v} の分布を示す。図 35 は $t = 0$ から 50000 ステップまでを示している。PML 領域は、 $x = 0$ から $x = 0.0015$ 及び $x = 0.0085$ から $x = 0.01$ 及びである。 $t = 0$ から時間発展し左右に進んだ波はガウス分布のピーク位置で 35000 ステップ目に PML 領域に到達する。40000 ステップでは、波束のほぼ全体が PML 領域に入って、減衰が始まっていることが分かる。50000 ステップ目で減衰しないガウス分布のピーク位置は領域の端 $x = 0, 0.01$ に到達している。この時までには波の減衰が進み、図示してあるが波はこの図のスケールでは見えない大きさになっている。

図 36 では、50000 ステップから 100000 ステップまでを図示してある。減衰した反射波が、PML 領域を抜けて、解析領域に進んでいくのが観測される。また、反射波は、x 軸方向に境界を設定していない為、 $x = 0$ での反射波は正 \dot{v} の波になり、 $x = 0.01$ での反射波は \dot{v} 負の波になっている。反射波の波の大きさは、概ね 0.005 であり、入射波の大きさ 0.5 を考慮すると、反射率はおおよそ 1%となる。

同様のことを P 波及び S 波 x,y,z 方向において確認した。各成分において波の進行速度以外の違いはなく、反射率も同じであることが確認出来た。

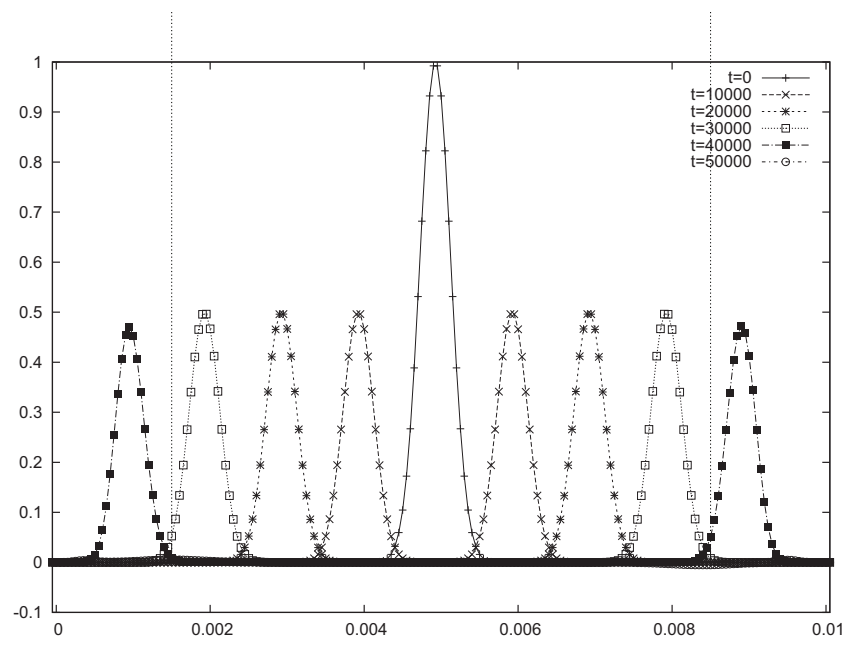


图 35: 波束 v

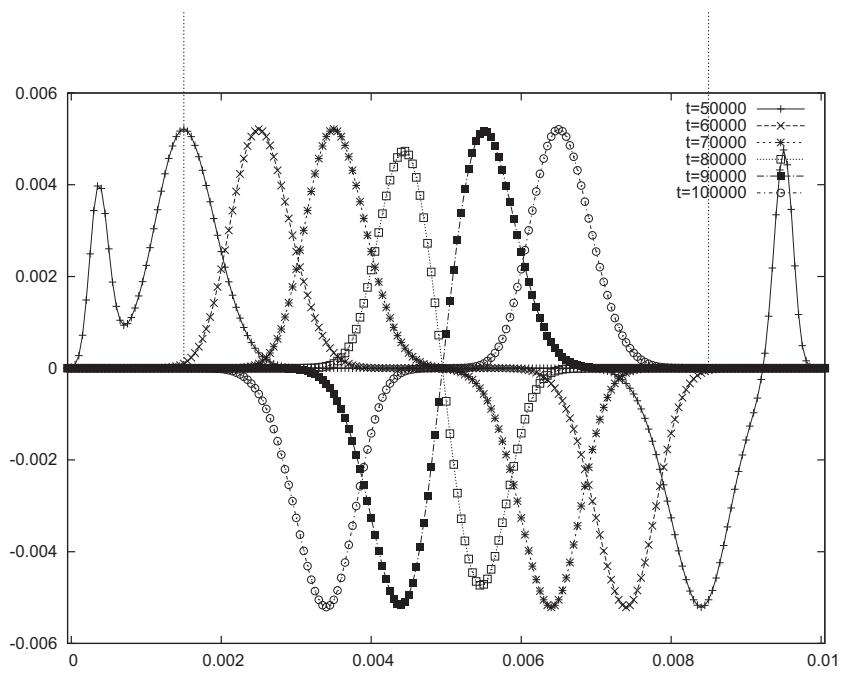


图 36: 波束 i

4.9 境界-4.1 ディレクレ境界条件

ディレクレ条件を以下の様に設定し、動作を確認した。

解析条件

- ラメ定数及び密度 $\lambda = 2.0 \times 10^7, \mu = 1.0 \times 10^7, \rho = 1.0 \times 10^1$ [g/cm³]
- 縦波速度 $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} = 2 \times 10^3$ [m/s]
- 解析領域は $x = 1.0 \times 10^{-2}$ [m] 固定, $y = 1.0 \times 10^{-4}$ [m] 固定, $z = 1.0 \times 10^{-4}$ [m] 固定.
- 空間刻み幅 $dh = 5.0 \times 10^{-5}$ [m], 時間刻み幅 $dt = 0.5 \times 10^{-10}$ [s]
- 周期境界条件を x,y,z 方向に設定.

$x = 0.00125$ の位置に $\dot{v} = 1.$ と固定する設定をした。他の変数は固定されておらず、ソルバーによって弾性波が計算される。

図 37,38, 39 及び 40 は、 $y, z = 0.0005$ での \dot{v} をプロットしたものであり、タイムステップ $Nt = 0$ から $Nt = 100000$ までをそれぞれ示している。初期段階から時間が進むにつれ、 $x = 0.00125$ を中心として振動を伴いながら $\dot{v} = 1.$ となるような様子が見られる。この時の伝搬速度は、縦波速度と一致している。

$T_{1,2,3,4,5,6}$ および \dot{u}, \dot{w} についても同様に検証し、同様の結果を得ている。

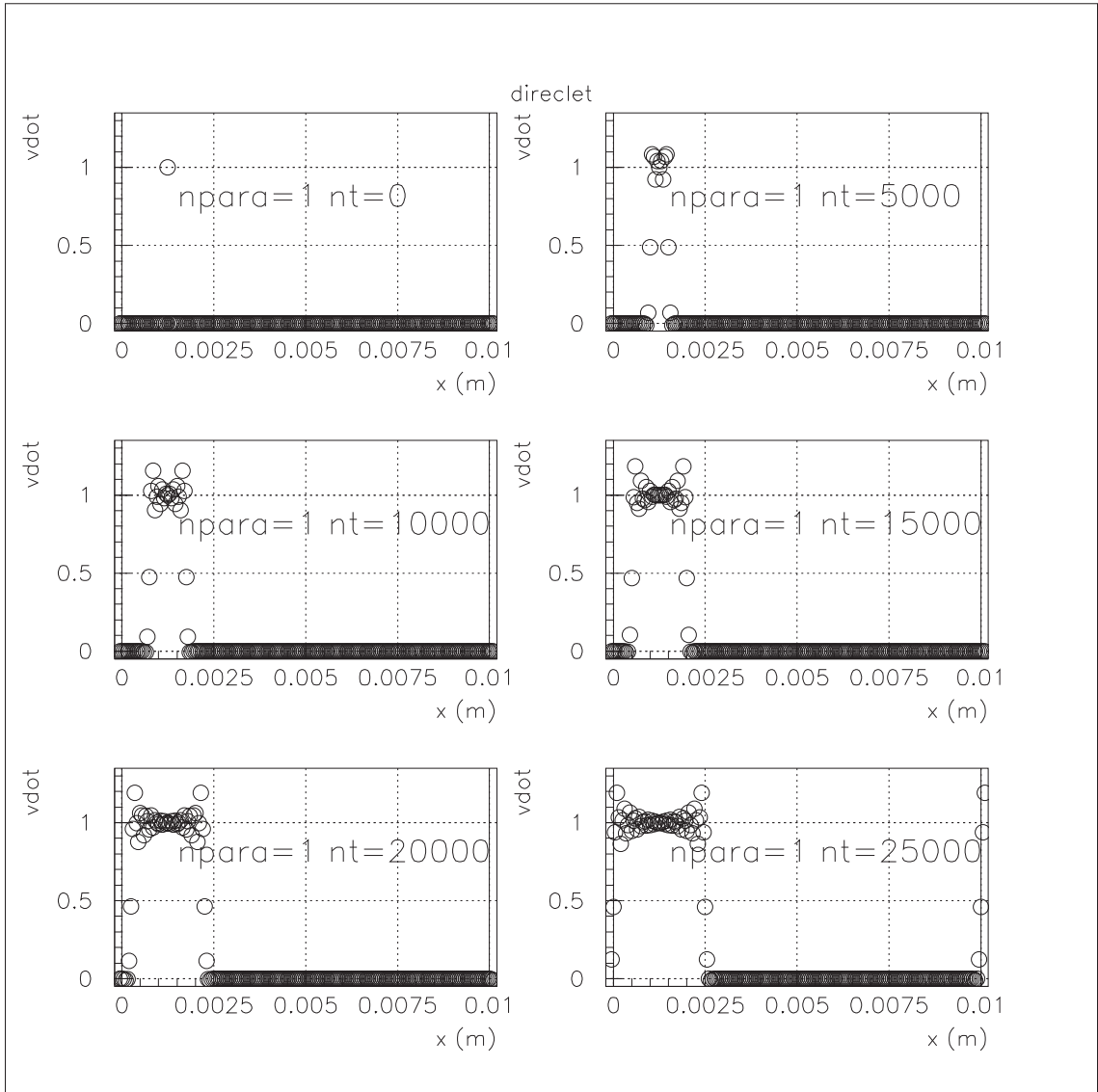


図 37: directlet 境界 波束 \dot{v} $Nt=0,5000,10000,15000,20000,25000$

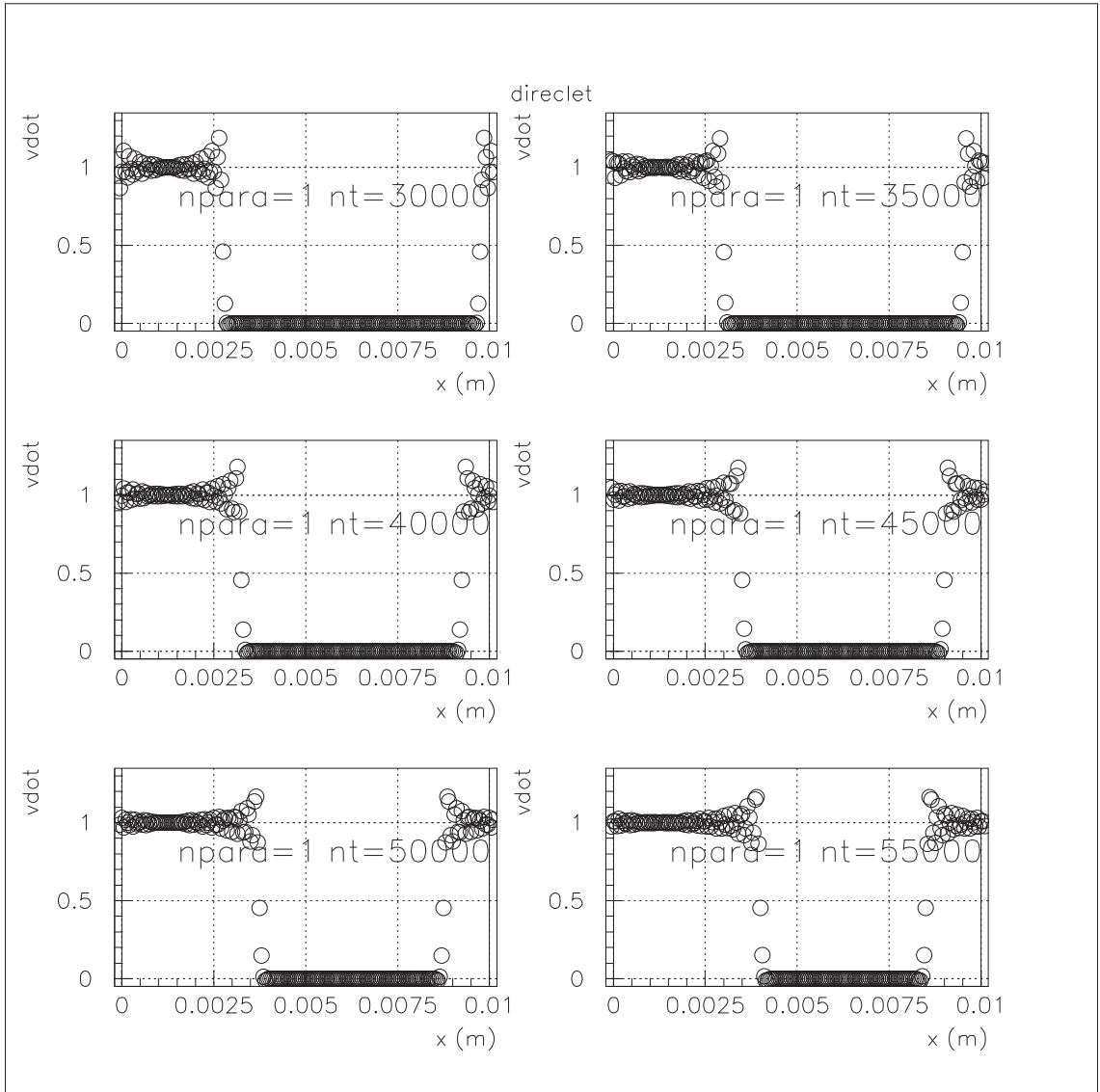


图 38: directlet 境界 波束 \dot{v} $Nt=30000,35000,40000,45000,50000,55000$

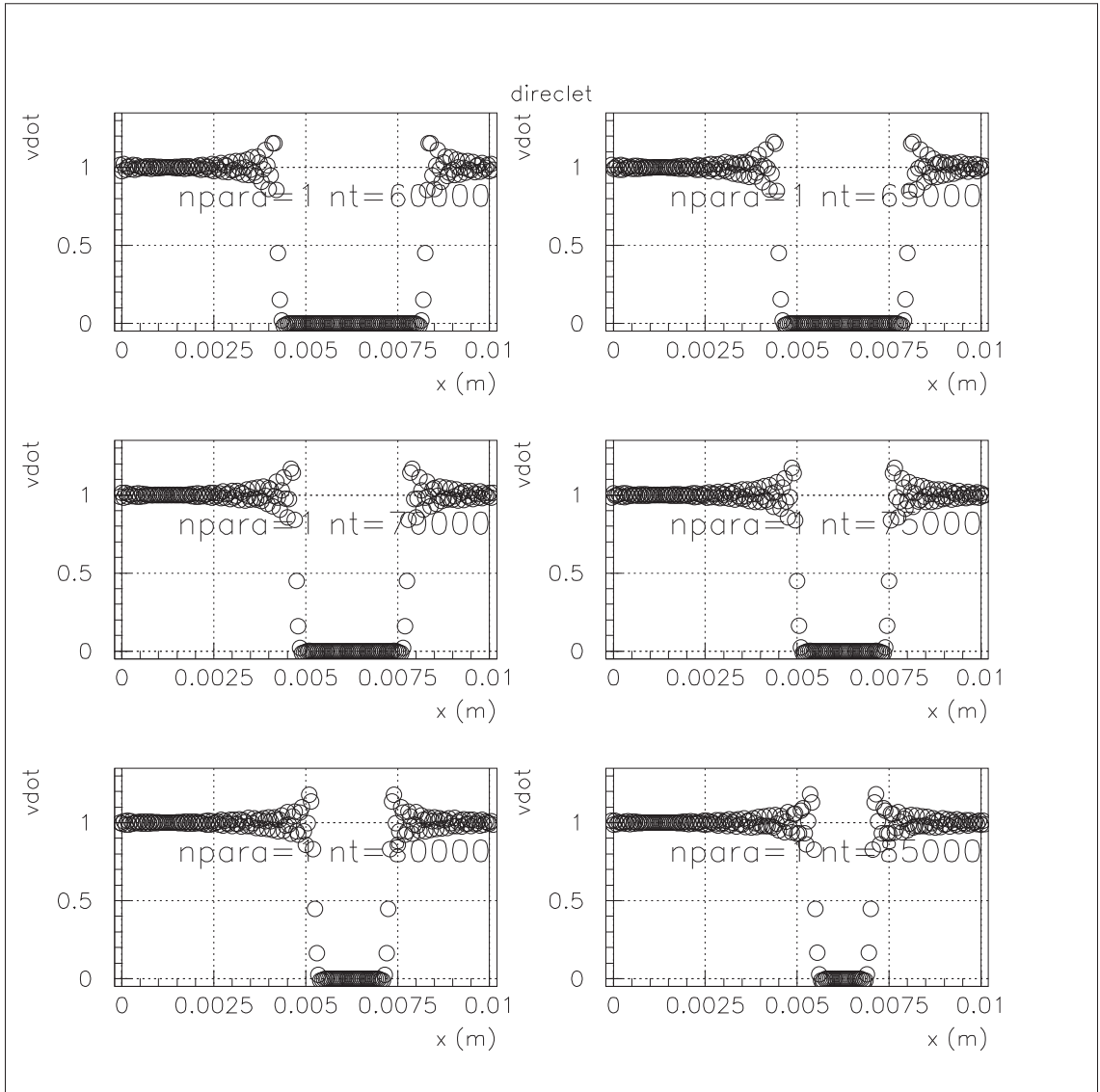


图 39: direclet 境界 波束 \dot{v} $N_t=60000,65000,70000,75000,80000,85000$

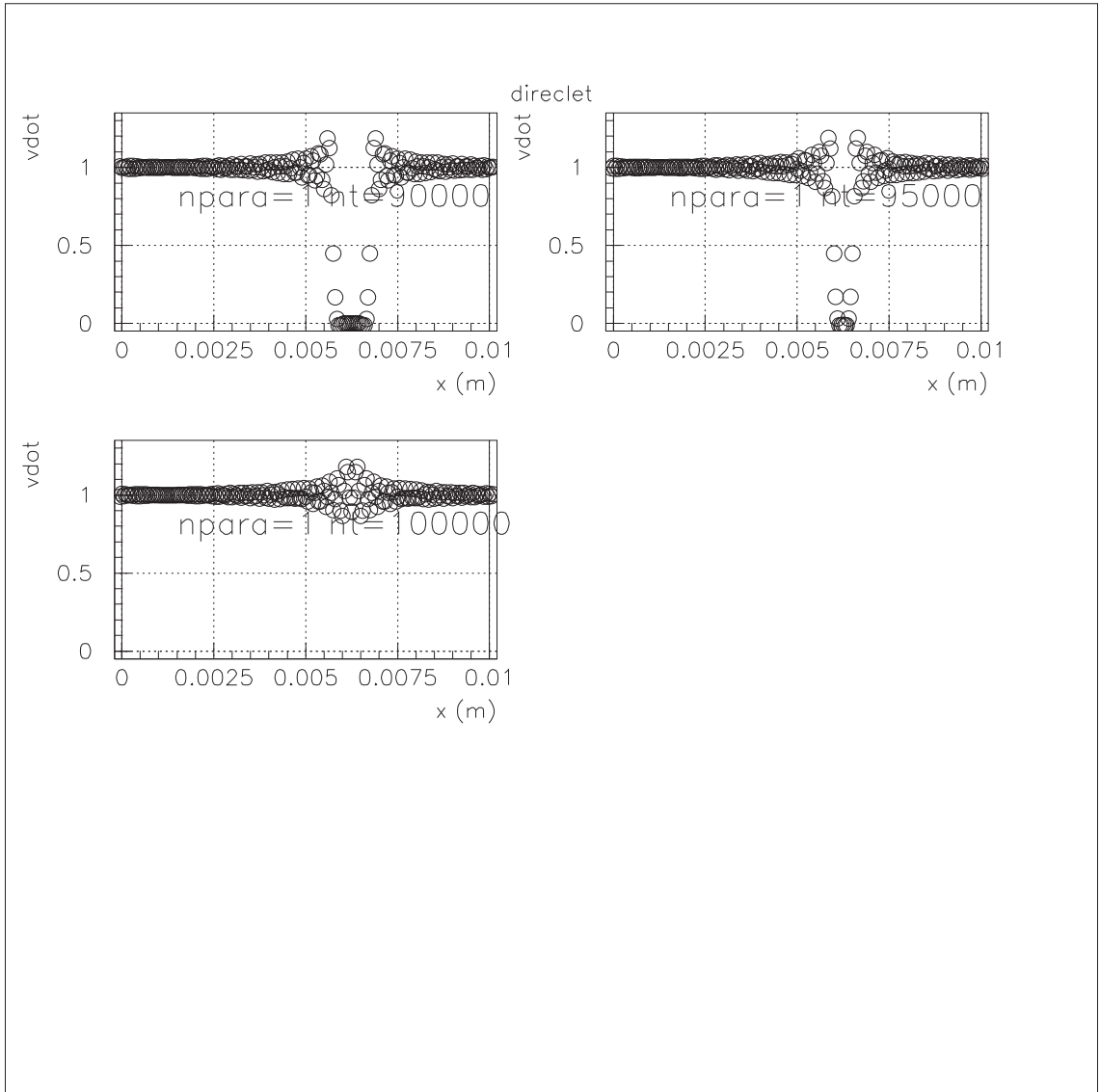


图 40: direclet 境界 波束 v $Nt=90000,95000,100000$

4.10 境界-4.2 ピエゾ境界条件

解析条件

- ラメ定数及び密度 $\lambda = 2.0 \times 10^7, \mu = 1.0 \times 10^7, \rho = 1.0 \times 10^1$ [g/cm³]
- 縦波速度 $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} = 2 \times 10^3$ [m/s]
- 解析領域は $x = 1.0 \times 10^{-2}$ [m] 固定, $y = 1.0 \times 10^{-4}$ [m] 固定, $z = 1.0 \times 10^{-4}$ [m] 固定.
- 空間刻み幅 $dh = 5.0 \times 10^{-5}$ [m], 時間刻み幅 $dt = 0.5 \times 10^{-10}$ [s]
- 周期境界条件を x,y,z 方向に設定.

$x = 0.00125$ の位置に $\dot{v} = \sin(\omega t)$ と固定する設定をした。 $\omega = 2\pi \times 5 \times 10^6$ に設定した。この振動の1周期は4000ステップに相当する。

図 41, 42, 43 及び 44 は、 $y, z = 0.0005$ での \dot{v} をプロットしたものであり、タイムステップ $Nt = 0$ から $Nt = 100000$ までをそれぞれ示している。初期段階から時間が進むにつれ、 $x = 0.00125$ を中心として piezo の位置から、振動が伝搬する様子が見られる。

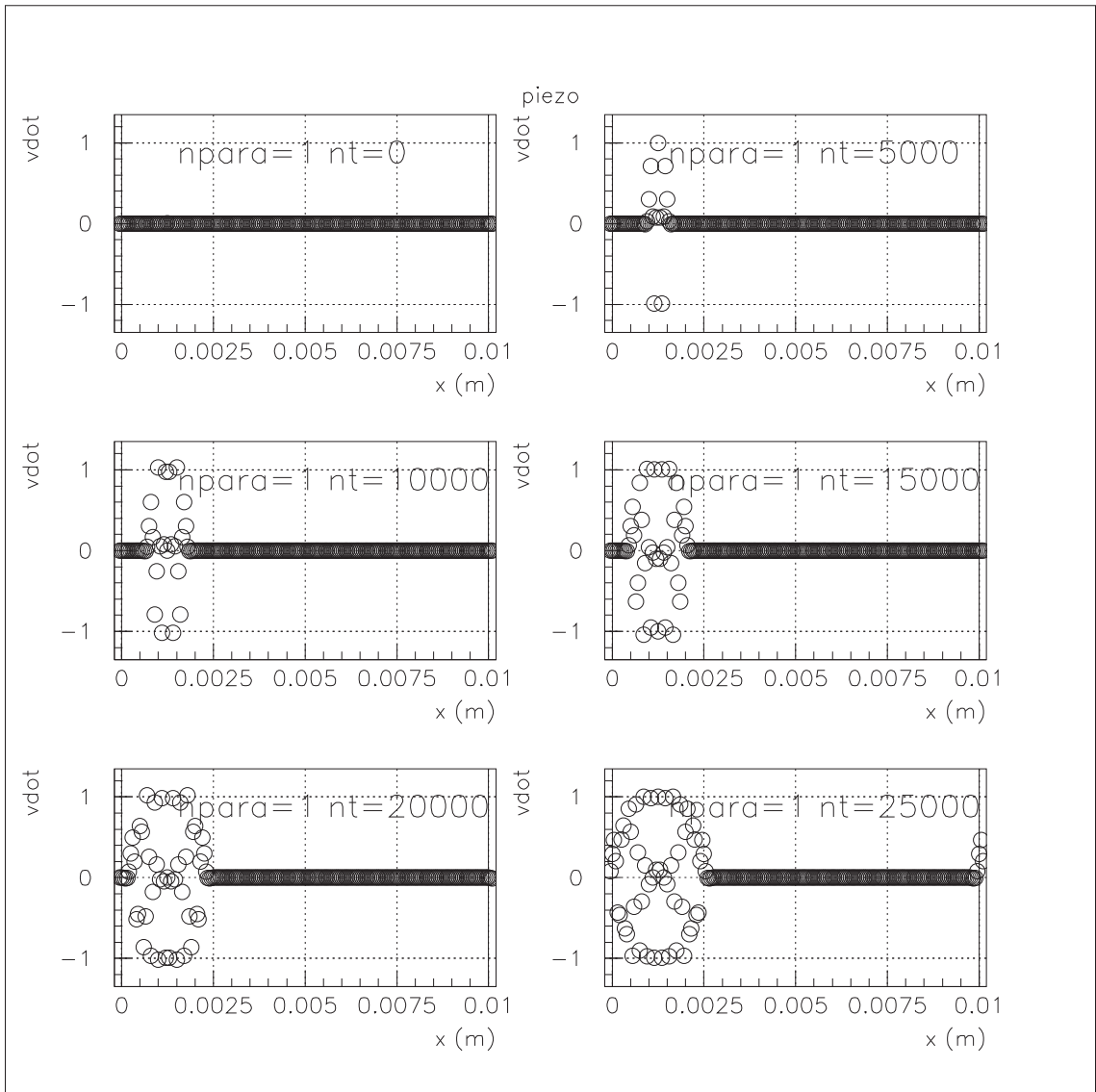


図 41: piezo 検証 波束 \dot{v} $Nt=0,5000,10000,15000,20000,25000$

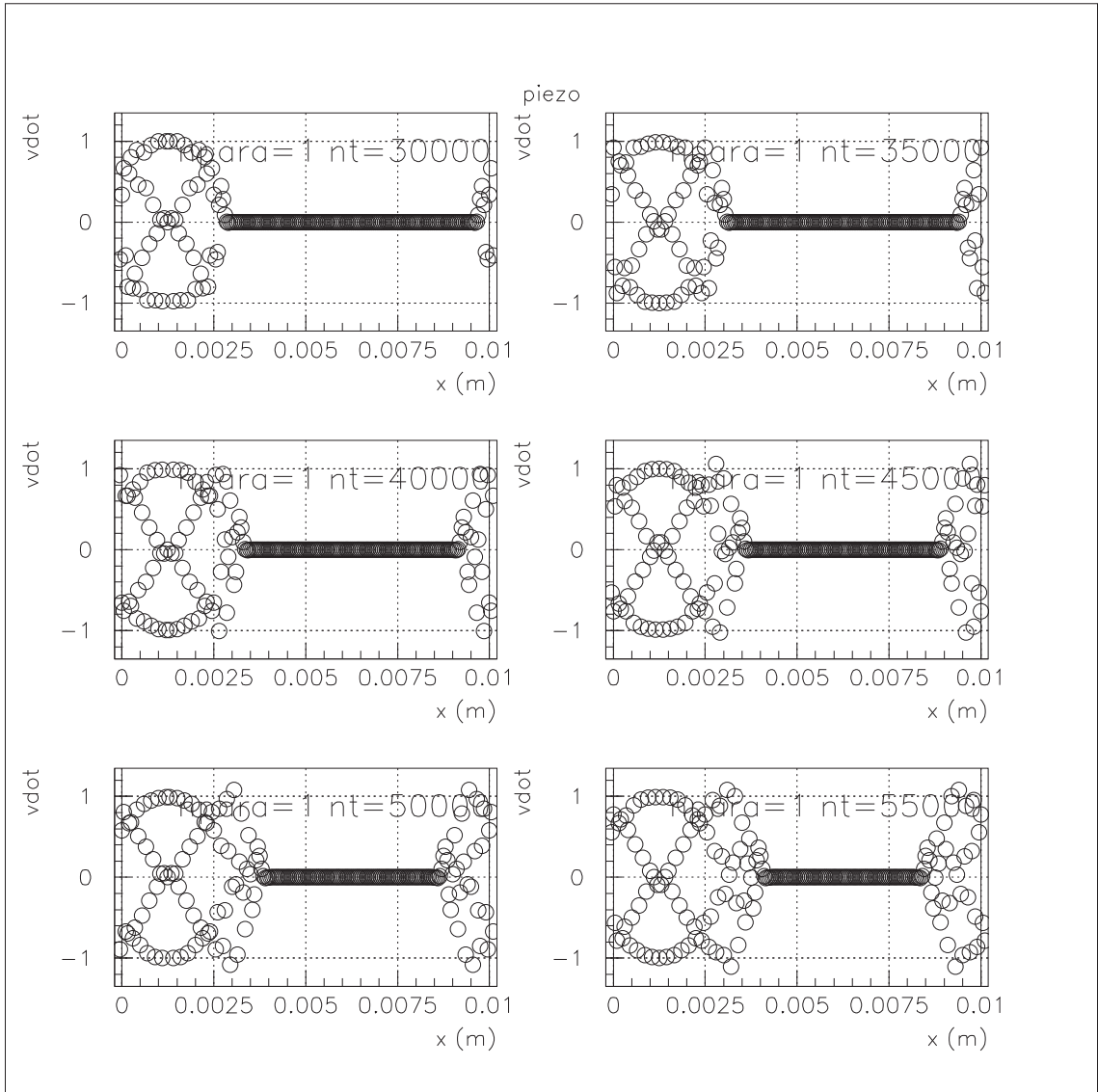


図 42: piezo 検証 波束 w $Nt=30000,35000,40000,45000,50000,55000$

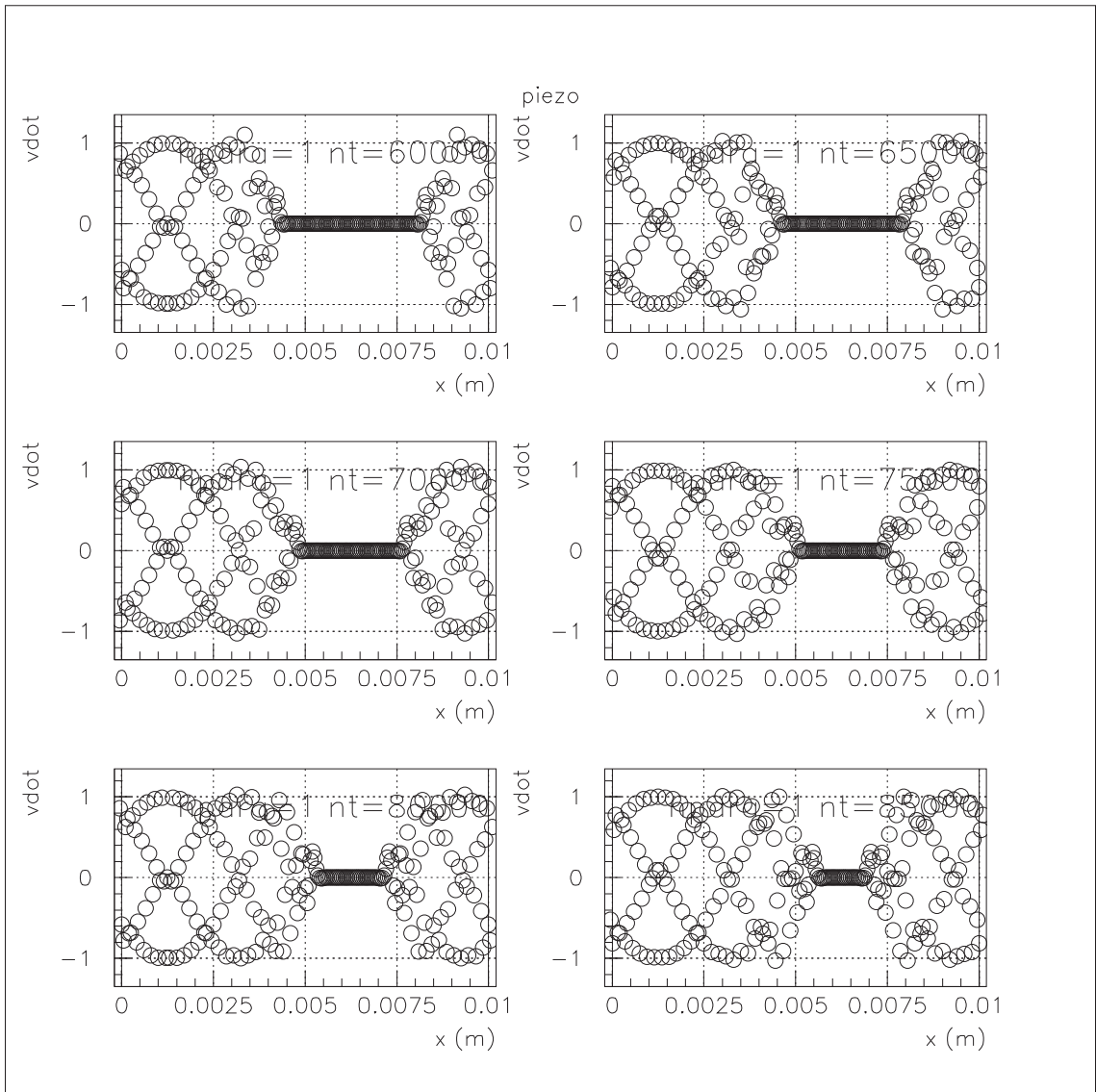


図 43: piezo 検証 波束 \dot{v} $Nt=60000, 65000, 70000, 75000, 80000, 85000$

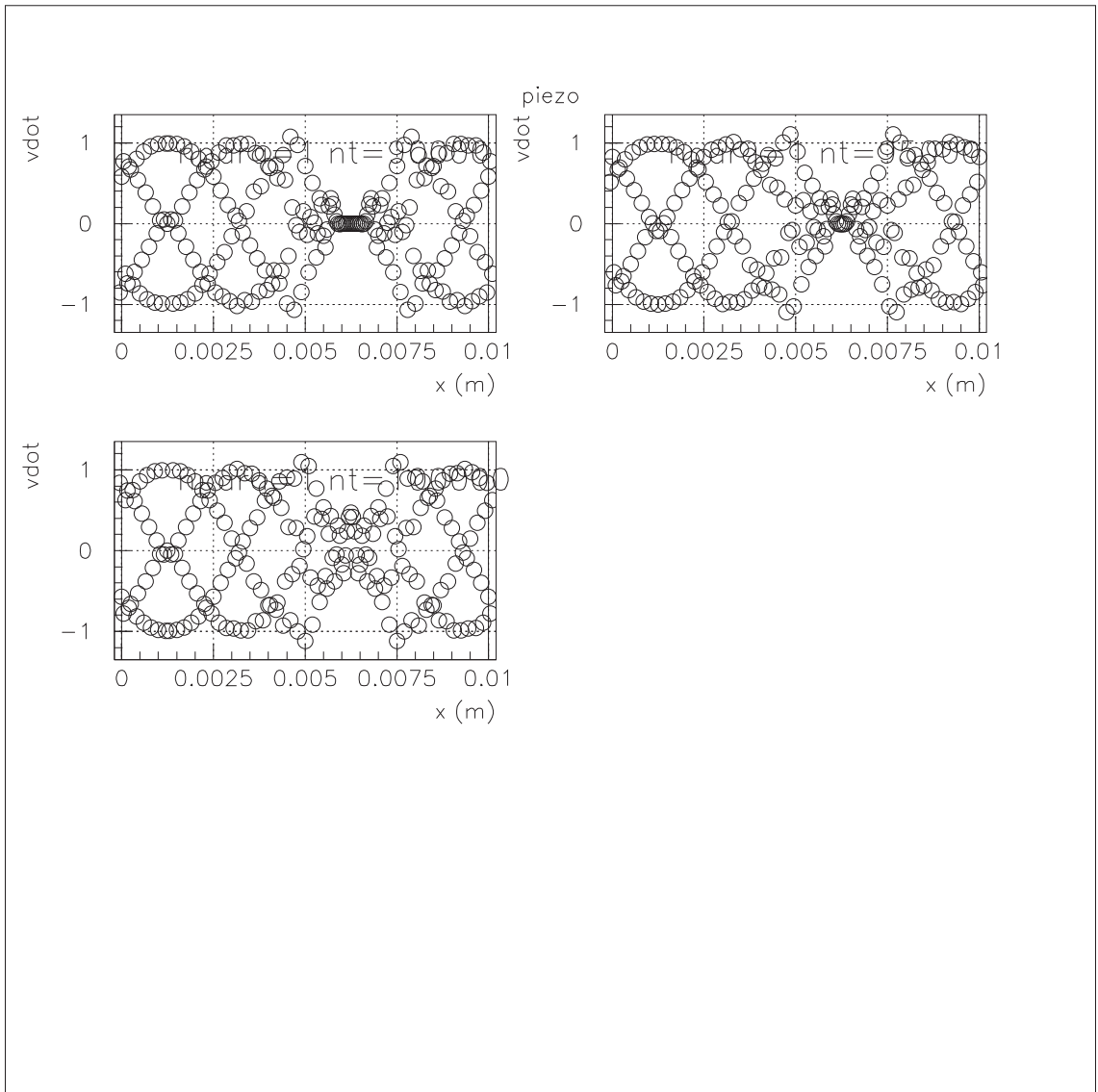


図 44: piezo 検証 波束 \dot{v} $Nt=90000,95000,100000$

4.11 境界-5.1 多媒質

解析条件

- ラメ定数及び密度 1 $\lambda = 2.0 \times 10^7, \mu = 1.0 \times 10^7, \rho = 1.0 \times 10^1$ [g/cm³]
- 縦波速度 $1c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} = 2 \times 10^3$ [m/s]
- ラメ定数及び密度 2 $\lambda = 4.0 \times 10^7, \mu = 2.0 \times 10^7, \rho = 0.5 \times 10^1$ [g/cm³]
- 縦波速度 $2c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} = 4 \times 10^3$ [m/s]
- 解析領域は $x = 1.0 \times 10^{-2}$ [m] 固定, $y = 1.0 \times 10^{-4}$ [m] 固定, $z = 1.0 \times 10^{-4}$ [m] 固定. 物性値 1 を $0 \leq x \leq 0.003$ 物性値 2 を $0.003 < x \leq 0.01$ に設定した。
- 空間刻み幅 $dh = 5.0 \times 10^{-5}$ [m], 時間刻み幅 $dt = 0.5 \times 10^{-10}$ [s]
- 周期境界条件を x,y,z 方向に設定.

初期波束は中心位置からガウス分布を i に設定した。

図 45, 46, 47 及び 48 は、 $y, z = 0.0005$ での i をプロットしたものであり、タイムステップ $Nt = 0$ から $Nt = 100000$ までをそれぞれ示している。物性値の違う境界で反射が起こっていることが分かる。この時の反射率は、反射波束 i の最大値を $Nt=45000$ の時点で確認すると 0.034 程度となる。入射波の高さが 0.5 であることから、反射率は 7% 程度と見積もられる。

物性値 1 の領域と物性値 2 の領域では、縦波速度に 2 倍の差があり、それぞれの領域で、弾性波の伝搬速度が変わっていることが確認出来る。

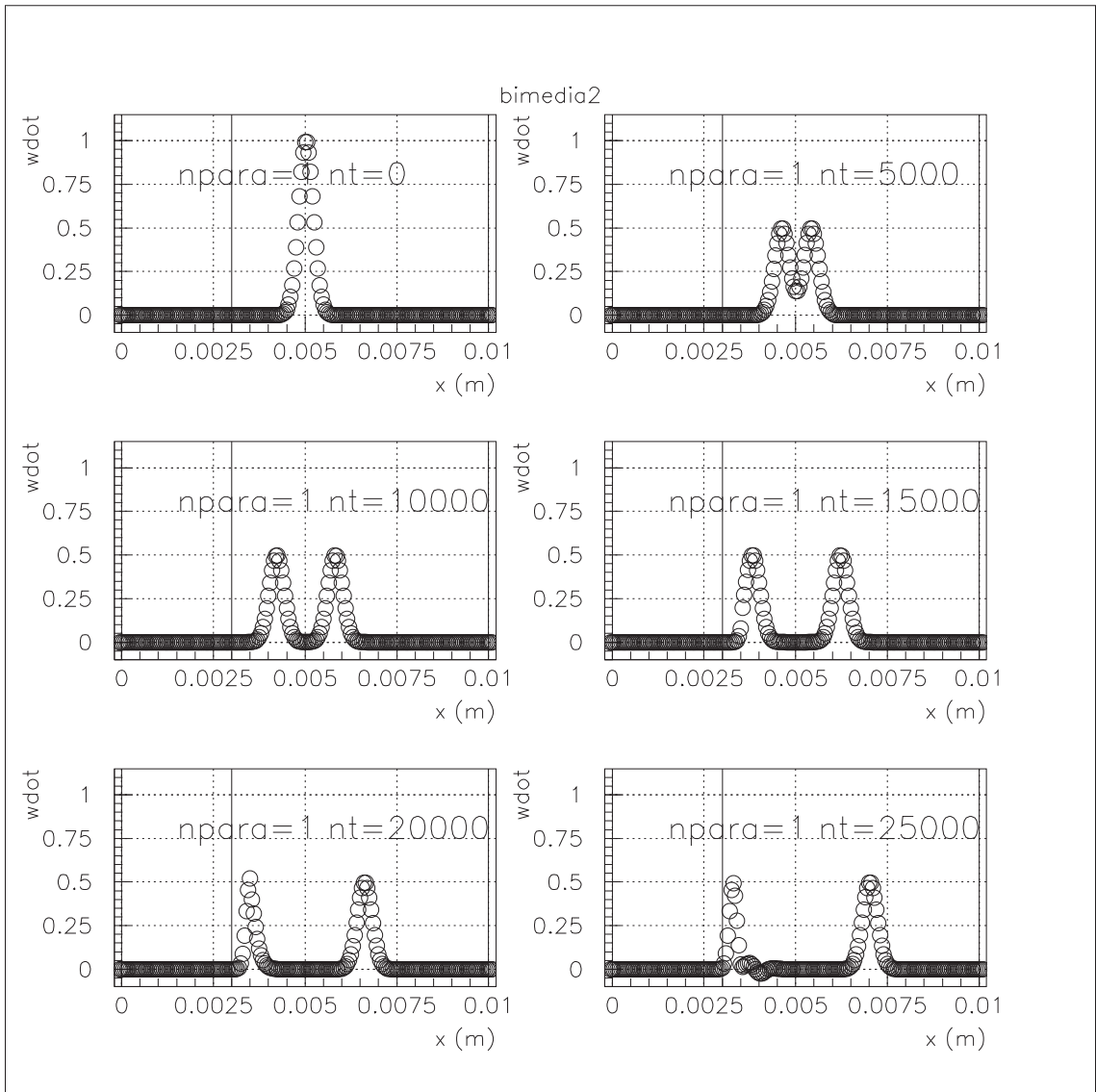


図 45: bimedia 検証 波束 $w_{\dot{}}$ $Nt=0,5000,10000,15000,20000,25000$

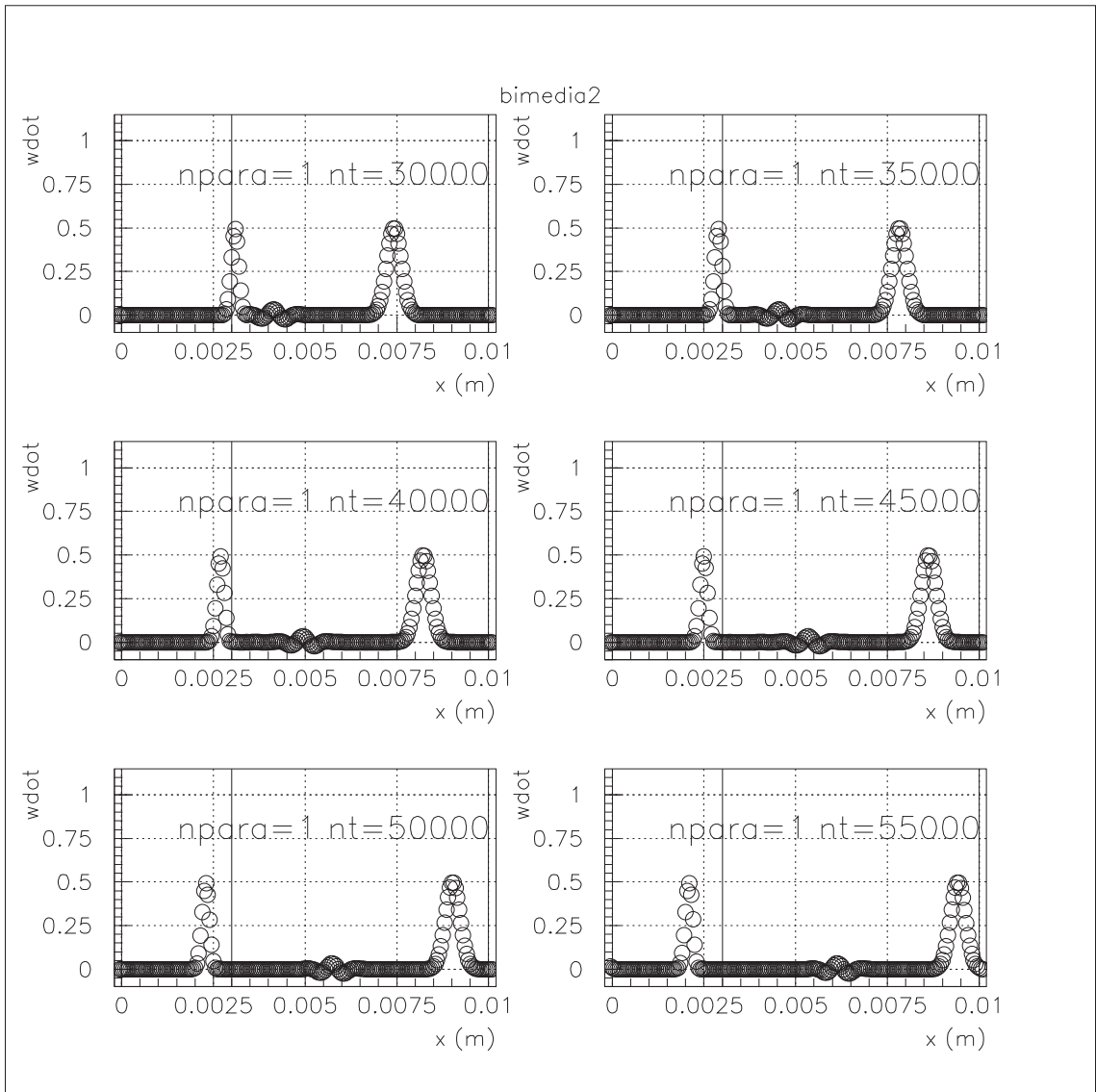


図 46: bimedia 検証 波束 \dot{w} $Nt=30000,35000,40000,45000,50000,55000$

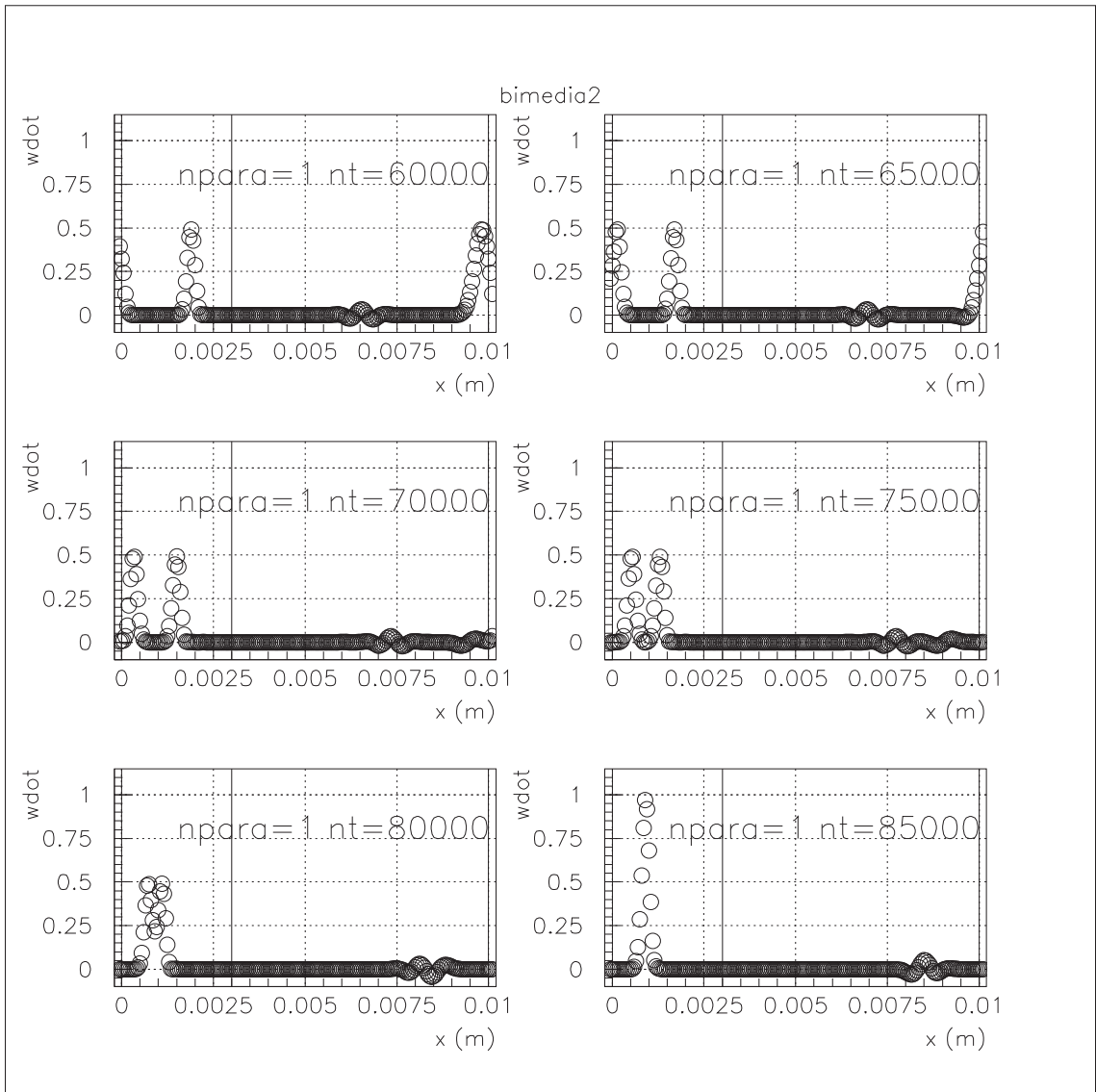


図 47: bimedia 検証 波束 v $Nt=60000, 65000, 70000, 75000, 80000, 85000$

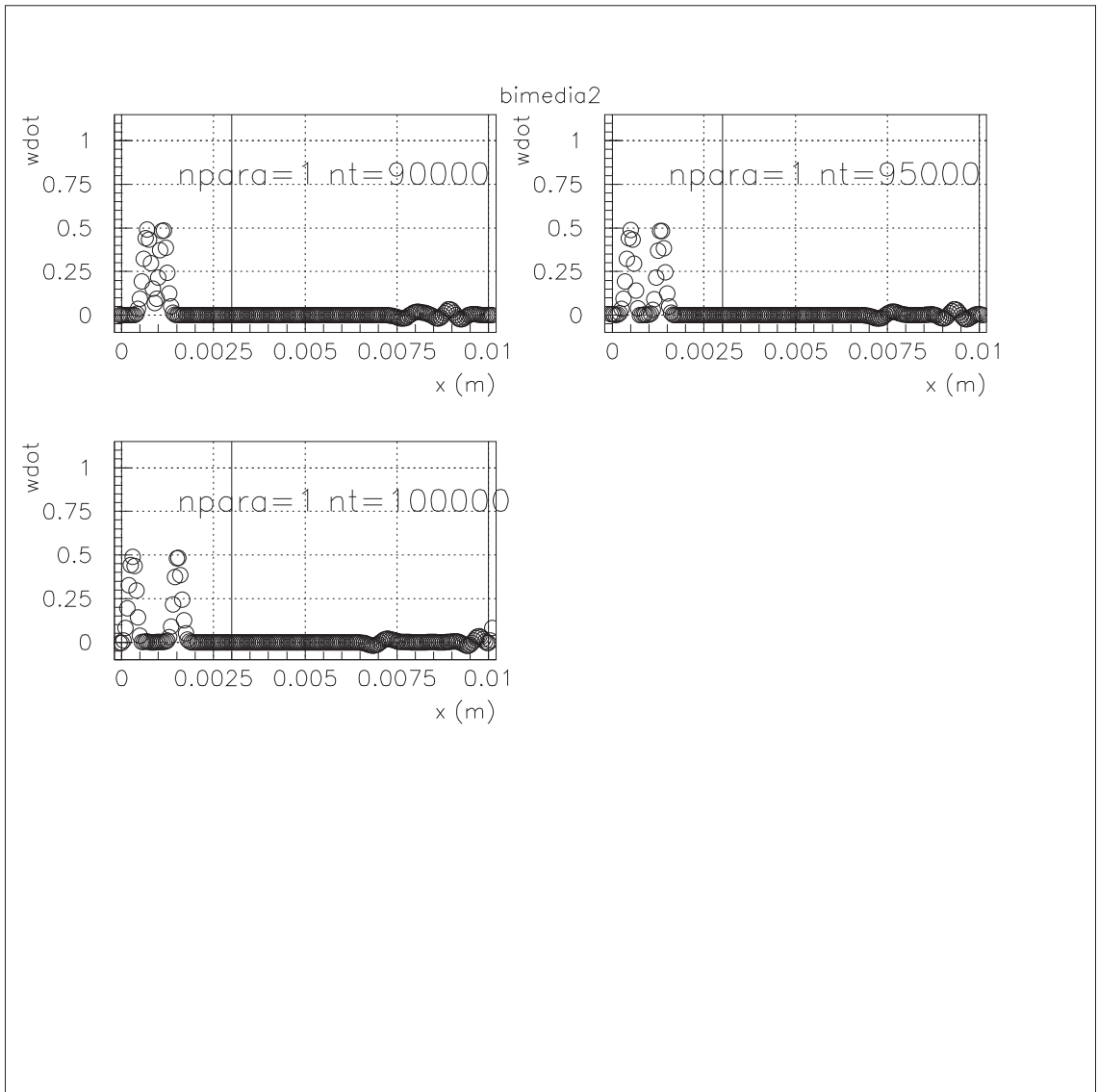


図 48: bimedia 検証 波束 \dot{w} $Nt=90000,95000,100000$

4.12 並列計算

並列計算で、次のことを検証した。領域分割界面での計算妥当性の確認及び境界条件について、以下の物を1次元問題で確認した。

- 周期的境界条件 x,y,z p波 s波
- 対称境界条件 x,y,z p波 s波
- 吸収境界条件 x,y,z p波 s波

それぞれ、並列化していない物とした物の両方の計算結果を比較し、相違ないことを確認した。

又、多次元での分割並列化についても、(x分割,y分割,z分割) = (2,2,2),(2,4,1),(3,2,1) 及び x,y,z で分割を入れ替えた物を計算し、正しい結果を得ている。

4.12.1 計算時間

単CPU実行時と並列実行時にの計算時間を測定した。条件は検証1での周期的境界条件によるものである。尚、計算時間は、Sphereの出力とした。表4は4.12.2での計算時間を並列化した際のCPU数ごとに表している。この際、サーバー上1ノードでの分割で、ネットワークを介した分割は行っていない。CPU数の増加に伴い、計算時間が減少していることが分かる。

CPU数	1	2	4
計算時間(秒)	347	334	156

表 4: 並列時実行時間

4.12.2 並列計算 周期境界 P波

周期境界を4.1と同様に設定し、並列計算を行った。分割は、x軸の方向に2分割、4分割し、分割しないものと比較した。計算された数値は、2分割、4分割それぞれ、分割しないものと同じ数値が得られていることを確認した。

図 49 から図 72 まで、上から分割なし、2 分割、4 分割の場合の計算の各時間ステップでの値 \dot{u} を示している。図中の縦線は、 $x = 0, 0.01$ の周期境界、 $x = 0.0025, 0.005, 0.0075$ の並列分割の境界を示している。それぞれ分割していないものと同様の計算が出来ていることを確認できる。

同様の計算を y 軸方向、 z 軸方向について計算し、並列による分割および周期境界が、正しく計算されていることを確認した。

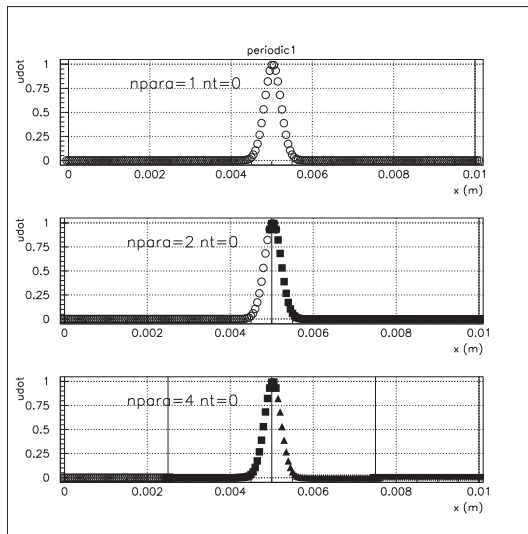


图 49: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $N_t=0$

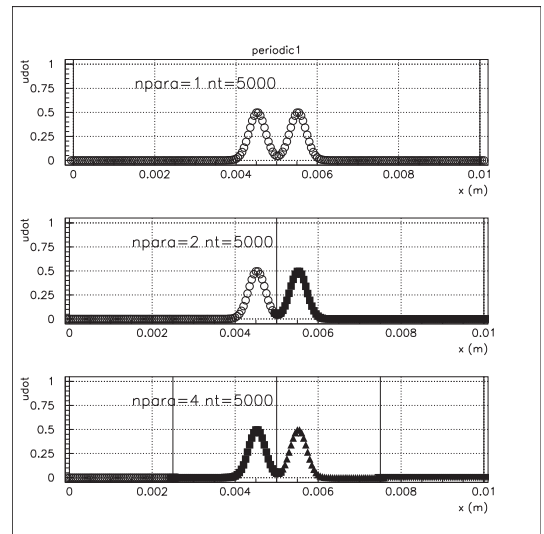


图 50: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $N_t=5000$

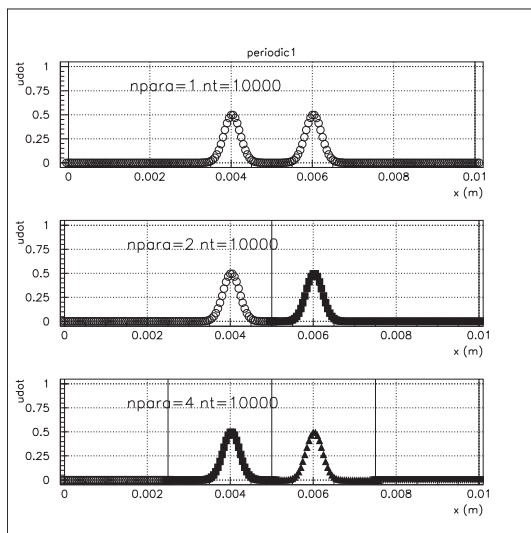


图 51: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=10000$

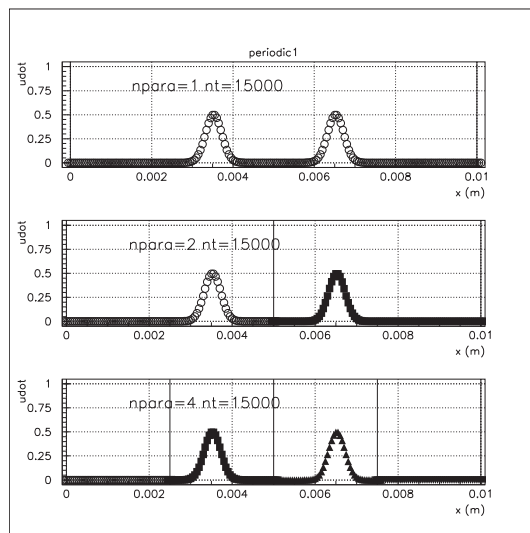


图 52: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=15000$

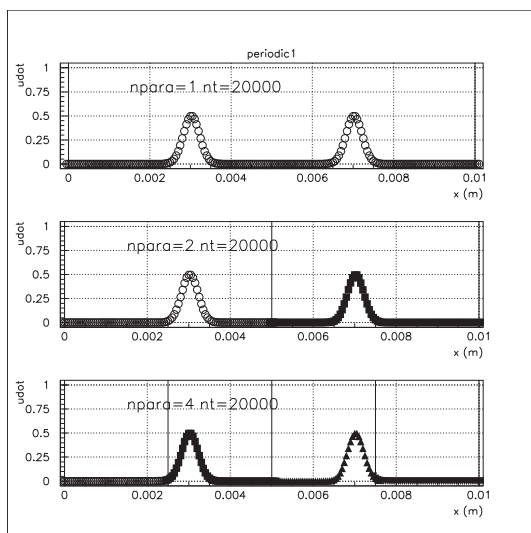


图 53: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=20000$

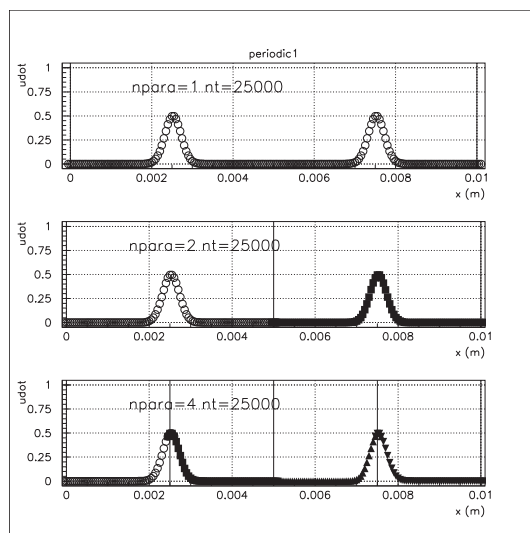


图 54: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=25000$

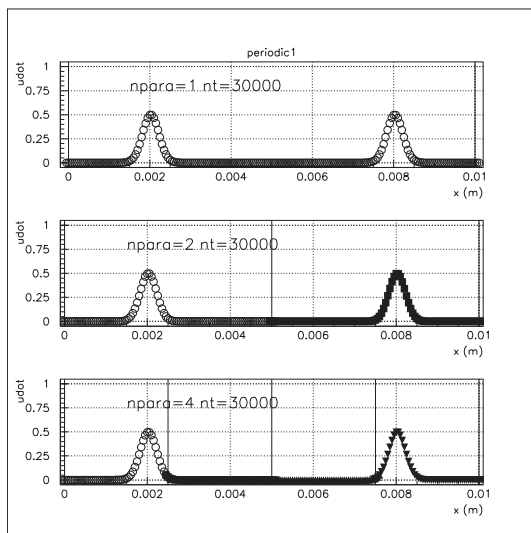


图 55: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=30000$

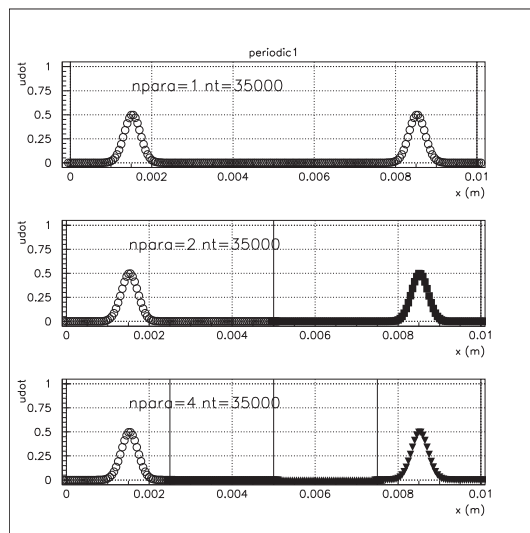


图 56: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=35000$

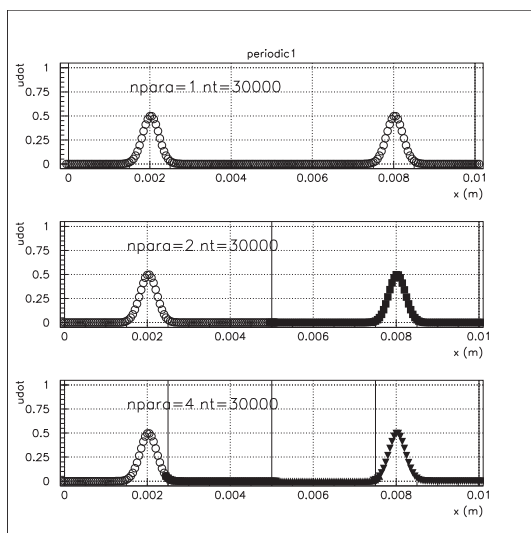


图 57: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=30000$

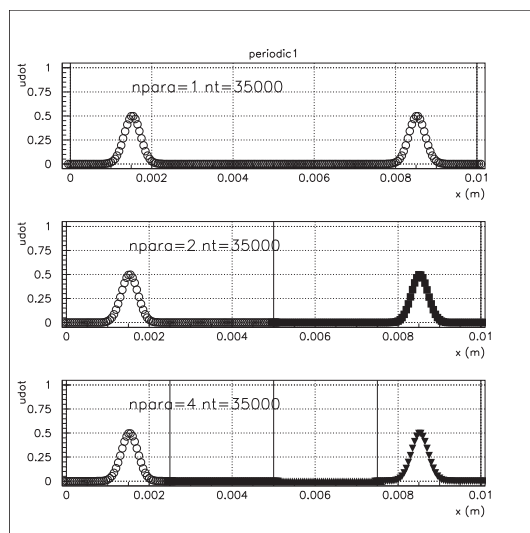


图 58: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=35000$

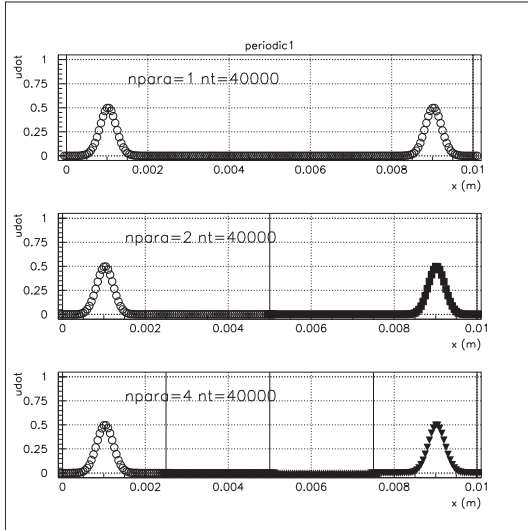


图 59: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=40000$

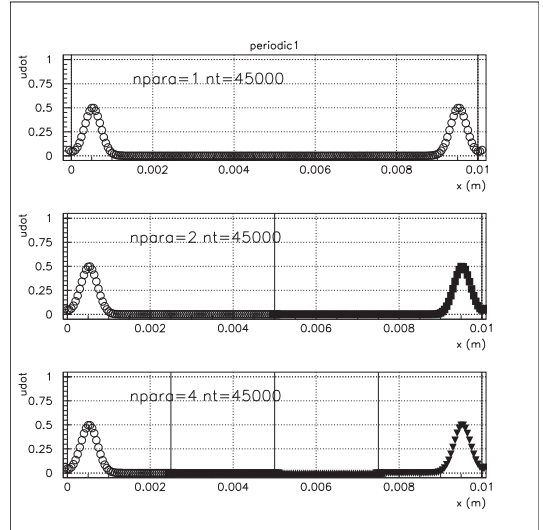


图 60: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=45000$

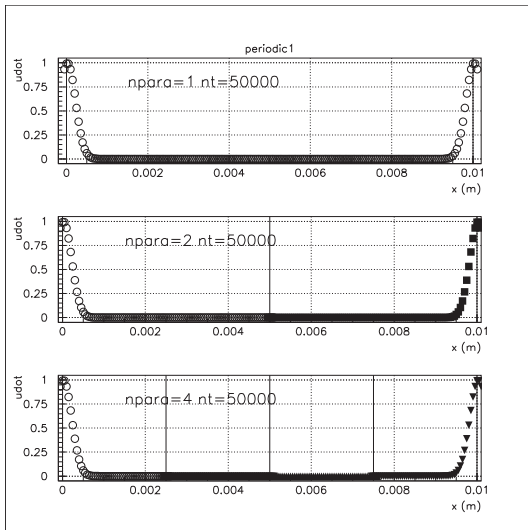


图 61: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=50000$

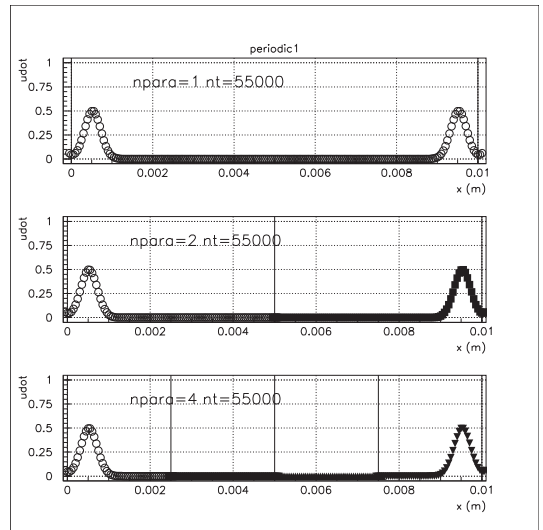


图 62: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=55000$

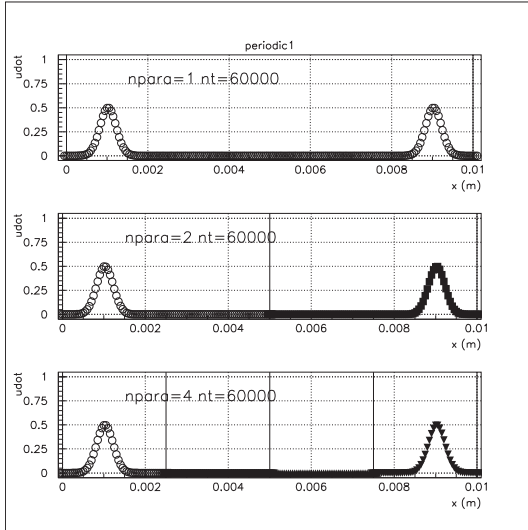


图 63: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=60000$

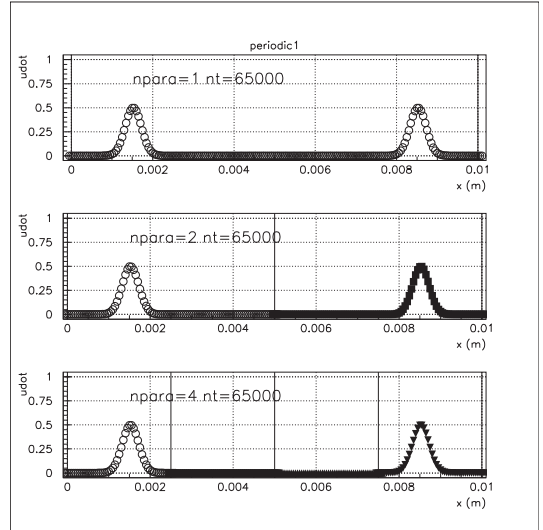


图 64: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=65000$

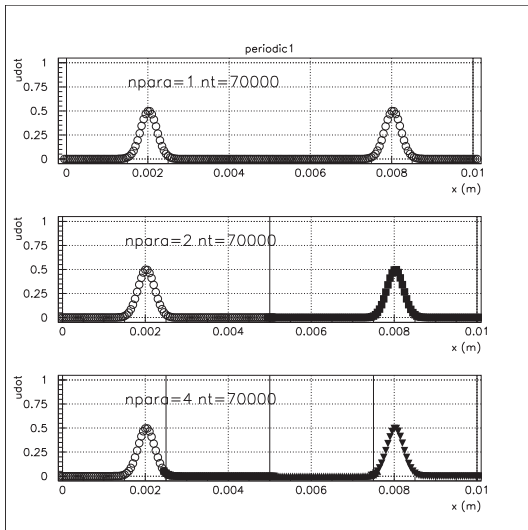


图 65: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=70000$

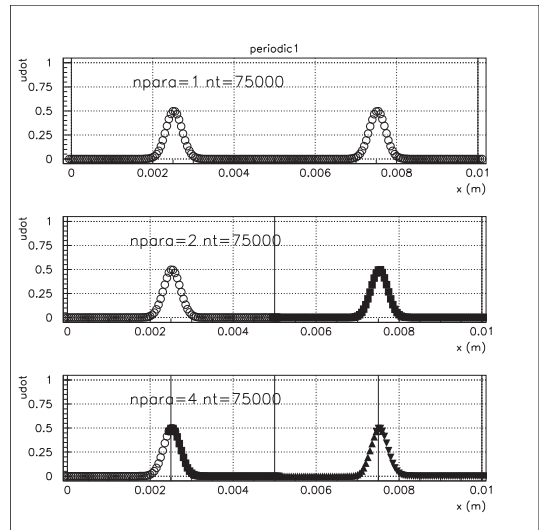


图 66: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=75000$

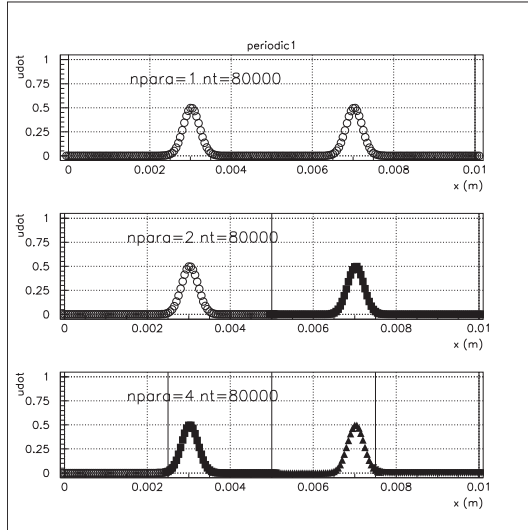


图 67: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=80000$

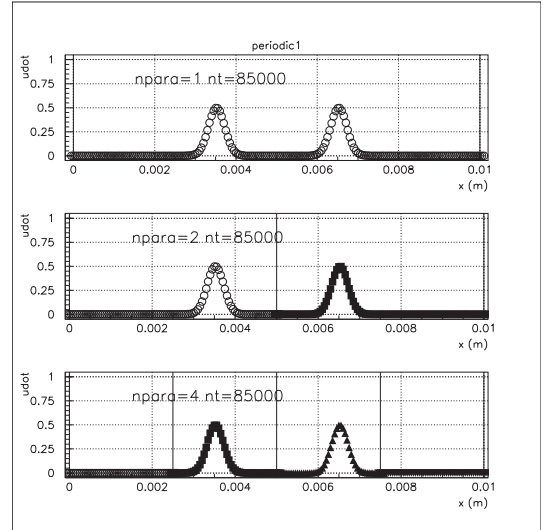


图 68: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=85000$

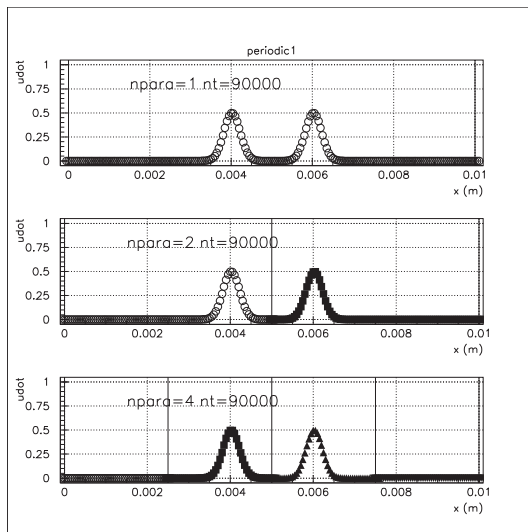


图 69: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=90000$

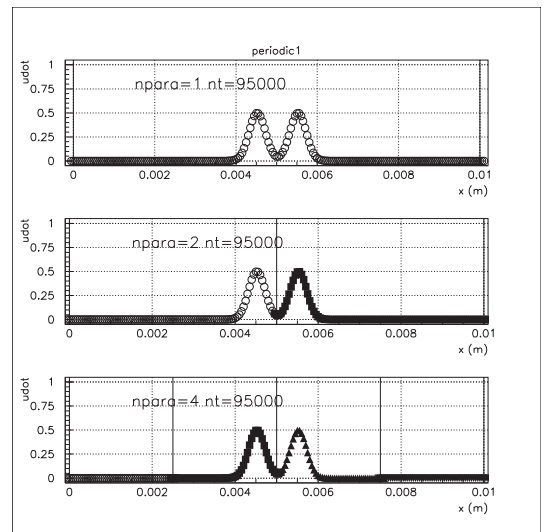


图 70: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $Nt=95000$

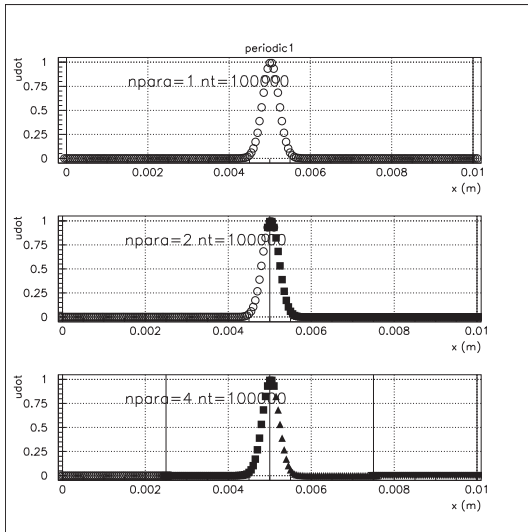


图 71: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $N_t=100000$

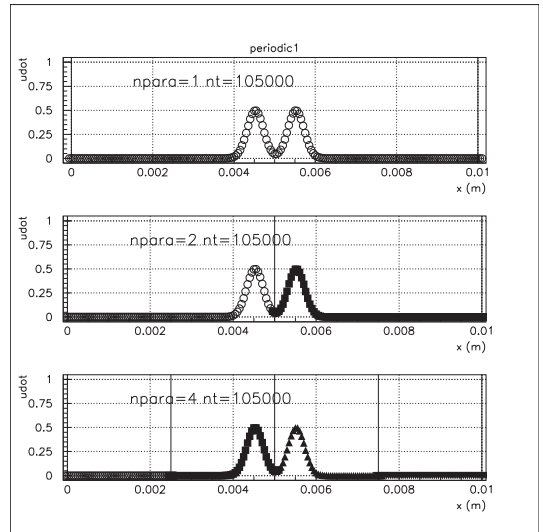


图 72: 周期境界 波束 \dot{u} x 軸方向
P 波 $N_t=105000$

4.12.3 並列計算 周期境界 S波

周期境界を 4.2 と同様に設定し、並列計算を行った。但し、200000 ステップまでの計算である。分割は、x 軸の方向に 2 分割、4 分割し、分割しないものと比較した。計算された数値は 2 分割、4 分割それぞれが分割しないものと一致することを確認した。

図 73 から図 93 まで、上から分割なし、2 分割、4 分割の場合の計算の各時間ステップでの値 \dot{v} を示している。図中の縦線は、 $x = 0, 0.01$ の周期境界、 $x = 0.0025, 0.005, 0.0075$ の並列分割の境界を示している。それぞれ分割していないものと同様の計算が出来ていることを確認できる。

同様の計算を x 軸方向 z 変位 y 軸方向 z 変位 x 変位、z 軸方向 x 変位 y 変位について計算し、並列による分割および周期境界が、正しく計算されていることを確認した。

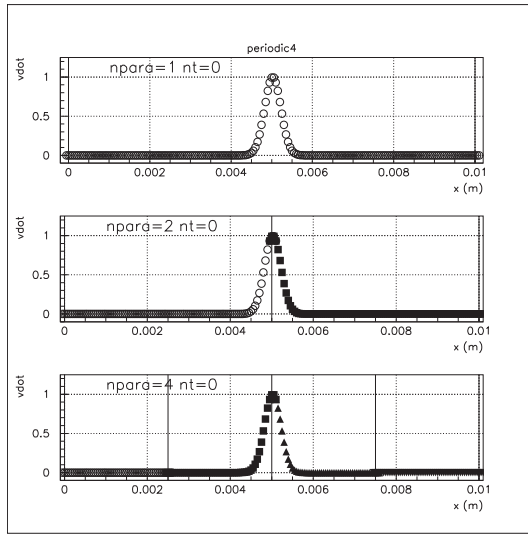


图 73: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S波 y 変位 $Nt=0$

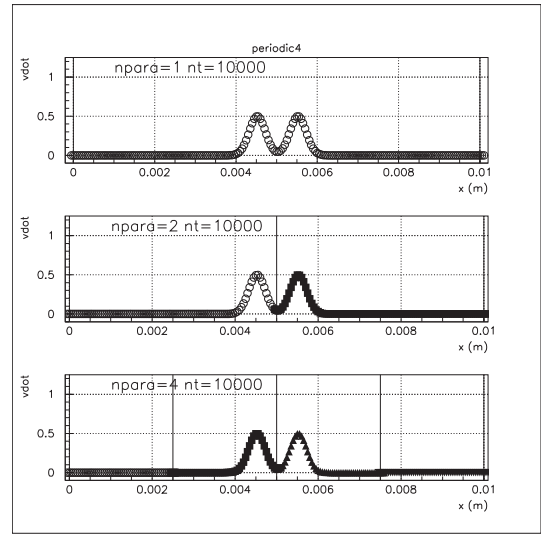


图 74: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S波 y 変位 $Nt=10000$

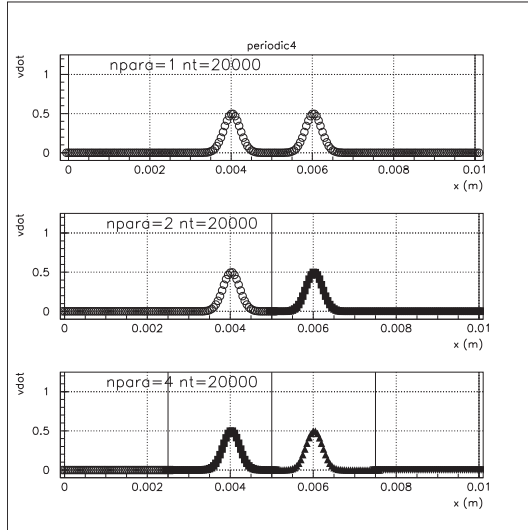


图 75: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=20000$

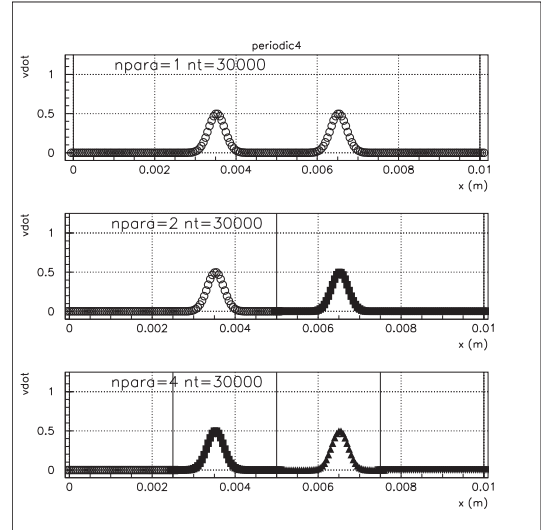


图 76: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=30000$

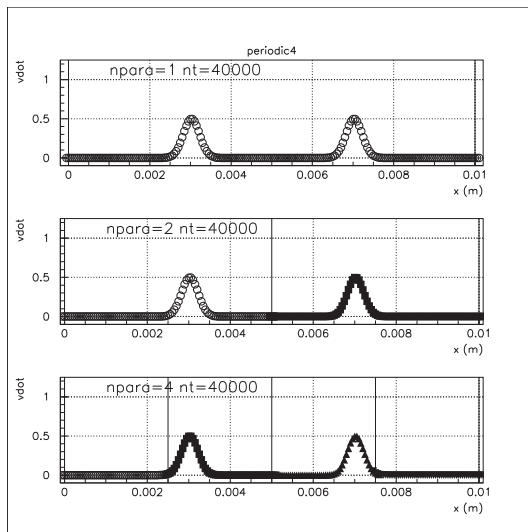


图 77: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=40000$

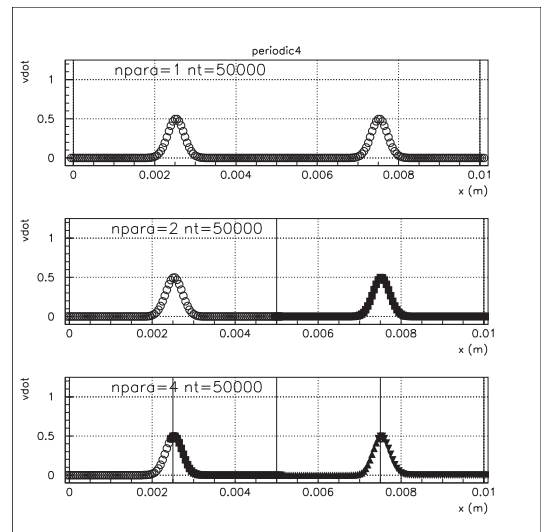


图 78: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=50000$

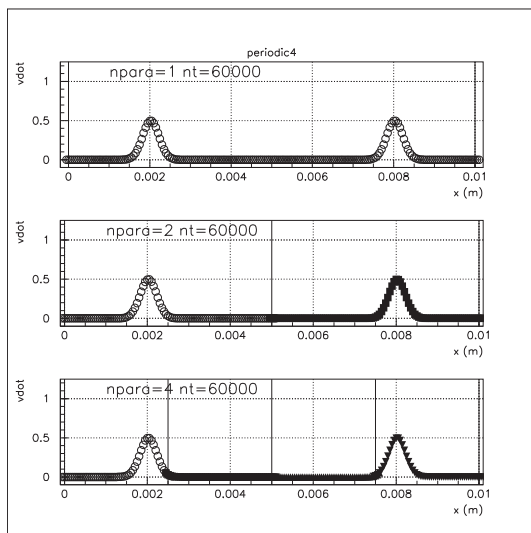


图 79: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=60000$

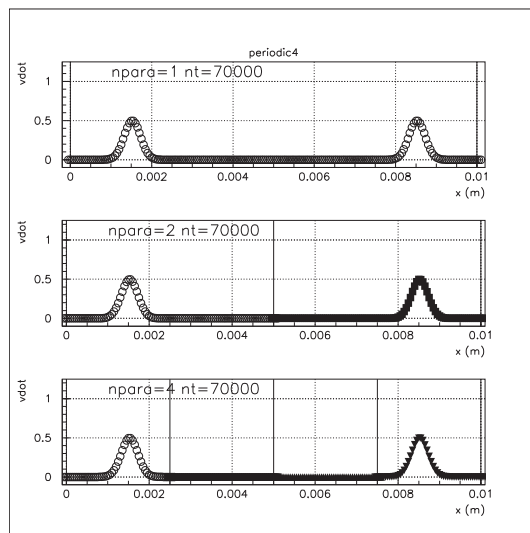


图 80: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=70000$

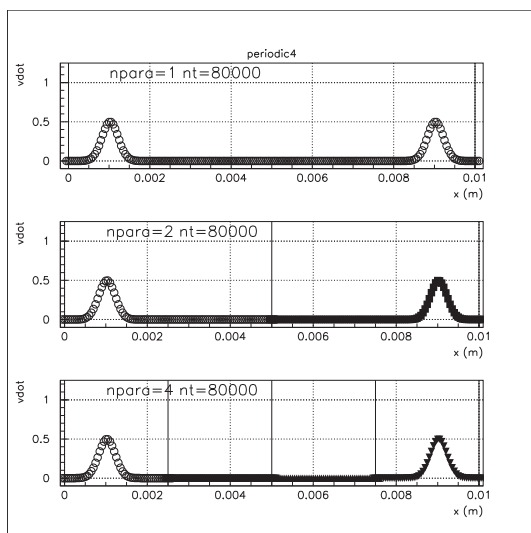


图 81: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=80000$

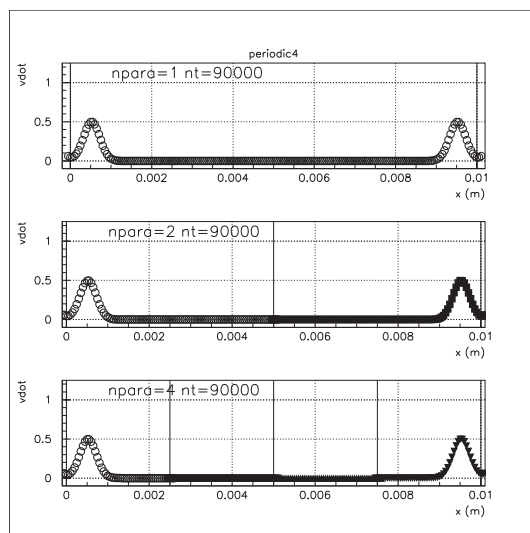


图 82: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=90000$

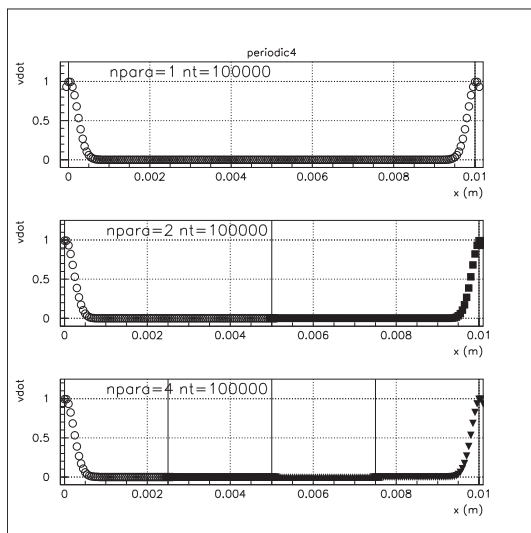


图 83: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=100000$

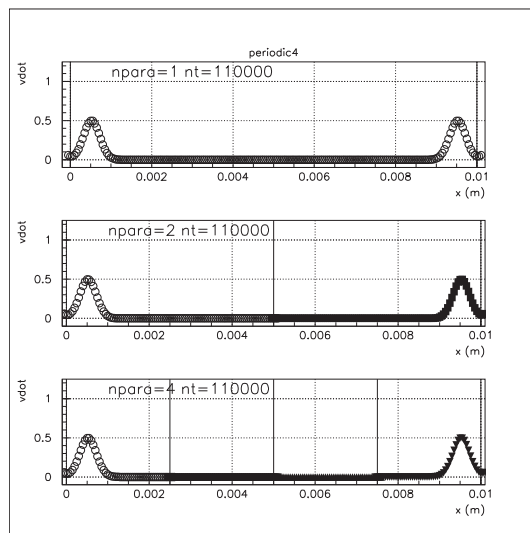


图 84: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=110000$

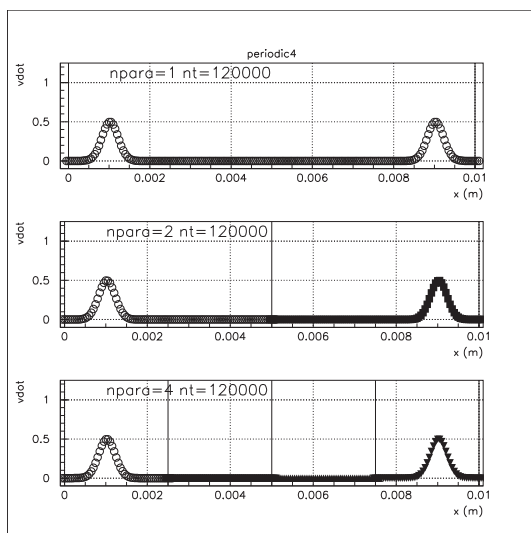


图 85: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=120000$

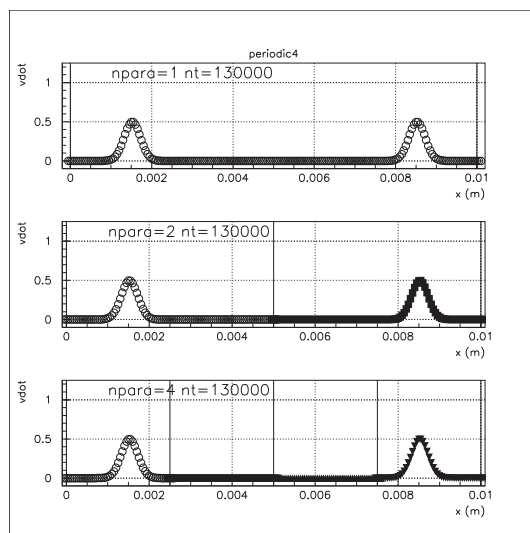


图 86: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=130000$

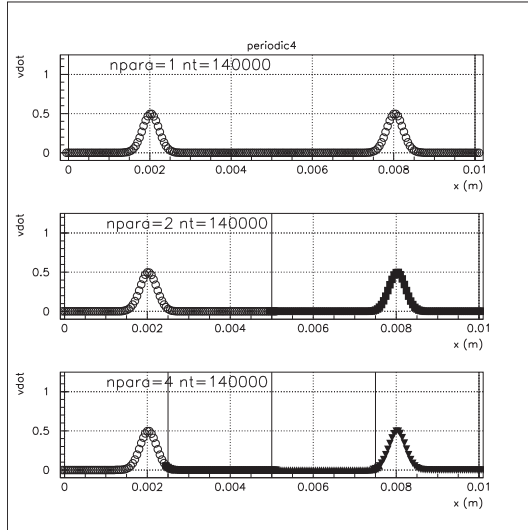


图 87: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=140000$

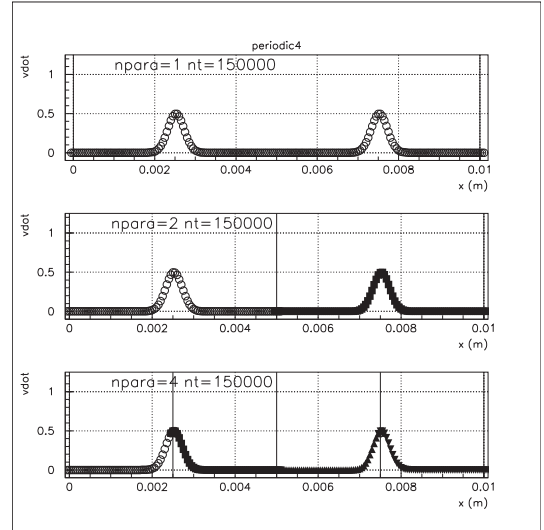


图 88: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=150000$

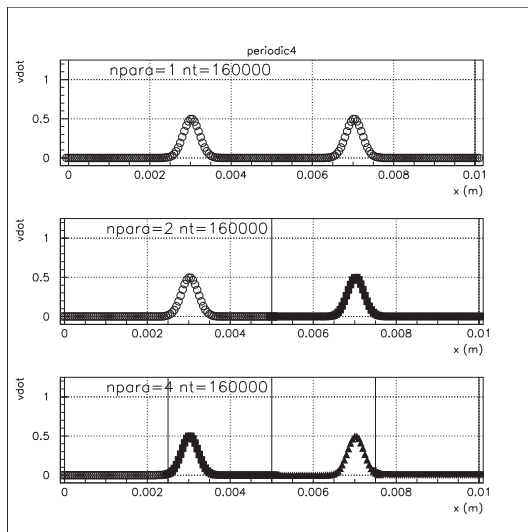


图 89: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=160000$

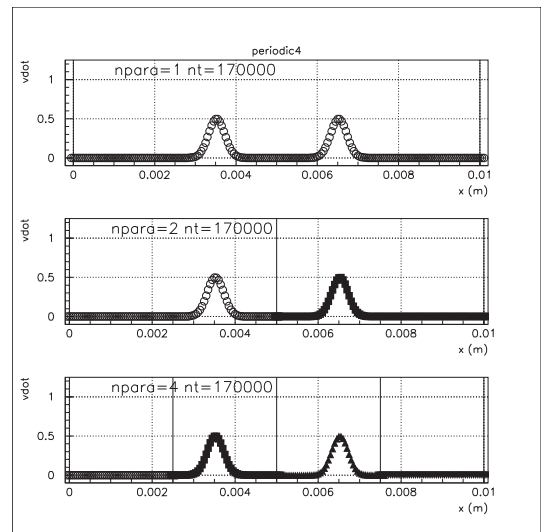


图 90: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向
S 波 y 変位 $Nt=170000$

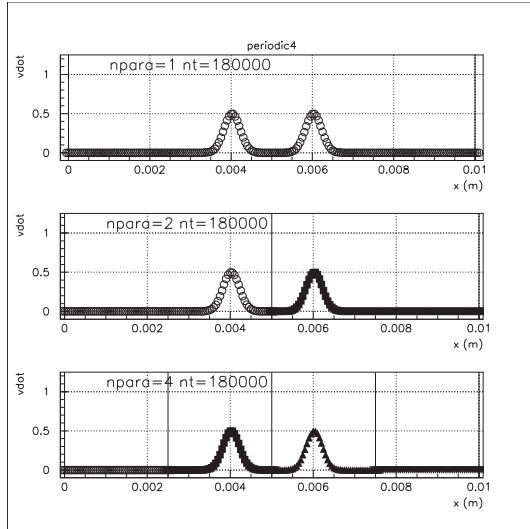


图 91: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=180000$

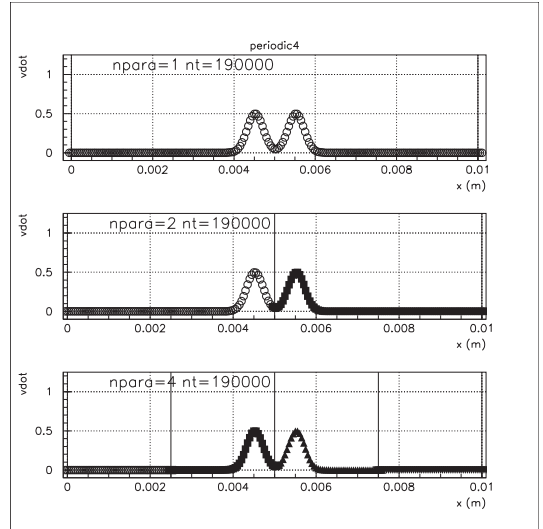


图 92: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=190000$

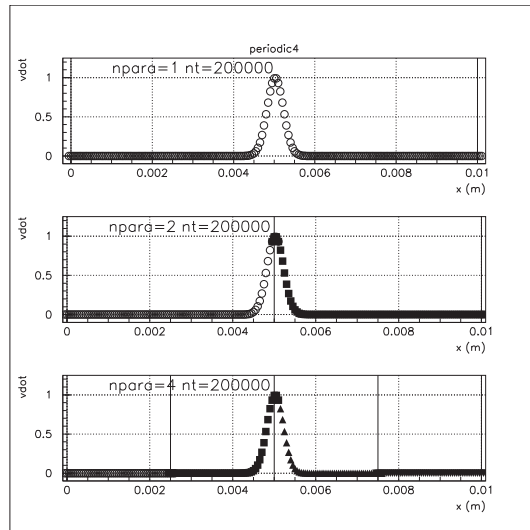


图 93: 周期境界 波束 \dot{v} x 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=200000$

4.12.4 並列計算 対称境界 P 波

対称境界を 4.5 と同様に y 軸方向に設定し、並列計算を行った。分割は、 y 軸の方向に 2 分割、4 分割し、分割しないものと比較した。計算された数値は、2 分割、4 分割それぞれ、分割しないものと同じ数値が得られていることを確認した。

図 94 から図 117 まで、上から分割なし、2 分割、4 分割の場合の計算の各時間ステップでの値 v を示している。図中の縦線は、 $x = 0, 0.01$ の対称境界、 $x = 0.0025, 0.005, 0.0075$ の並列分割の境界を示している。それぞれ分割していないものと同様の計算が出来ていることを確認できる。

対称境界であるので、P 波の反転が計算されている。

同様の計算を y 軸方向、 z 軸方向について計算し、並列による分割および対称境界が、正しく計算されていることを確認した。

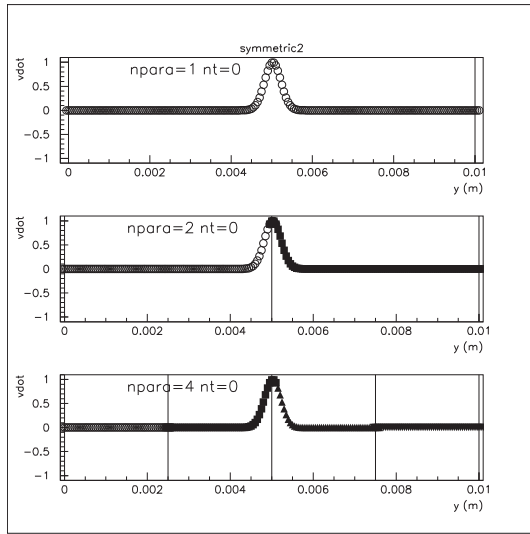


图 94: 对称境界 波束 \dot{v} x 軸方向 P 波 $Nt=0$

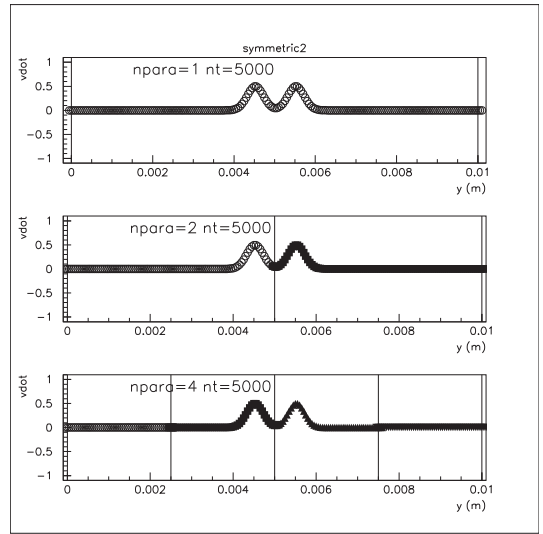


图 95: 对称境界 波束 \dot{v} Y 軸方向 P 波 $Nt=5000$

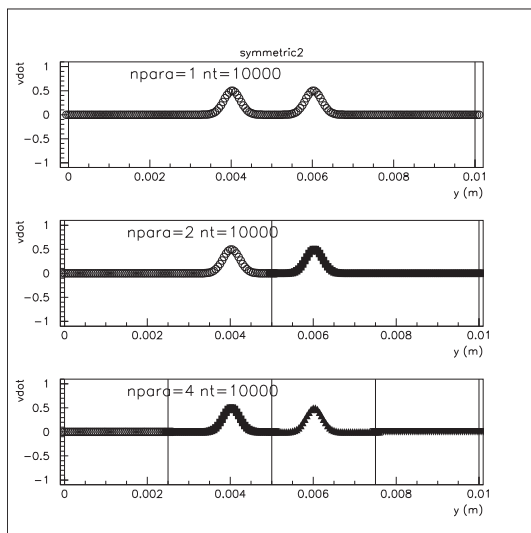


图 96: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=10000$

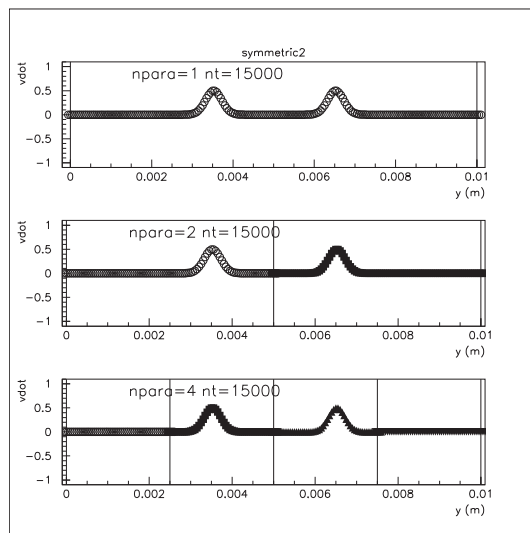


图 97: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=15000$

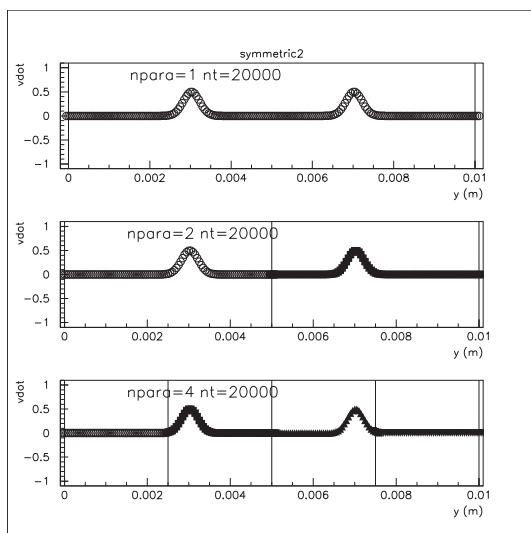


图 98: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=20000$

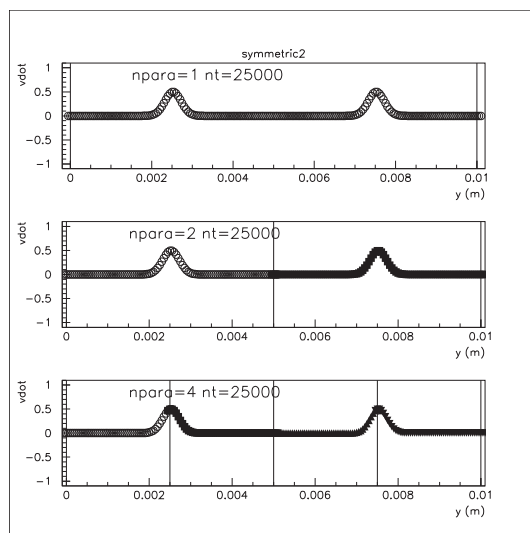


图 99: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=25000$

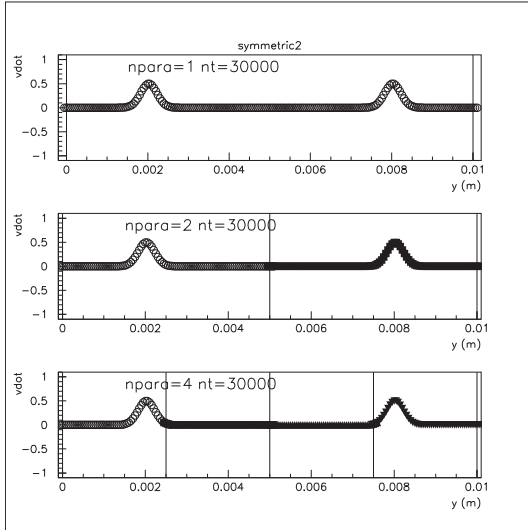


图 100: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=30000$

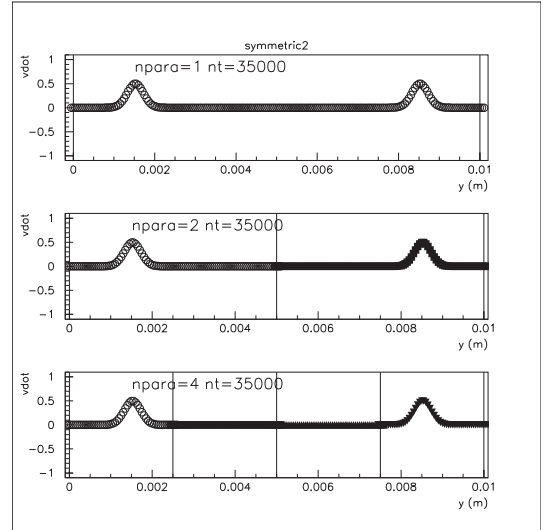


图 101: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=35000$

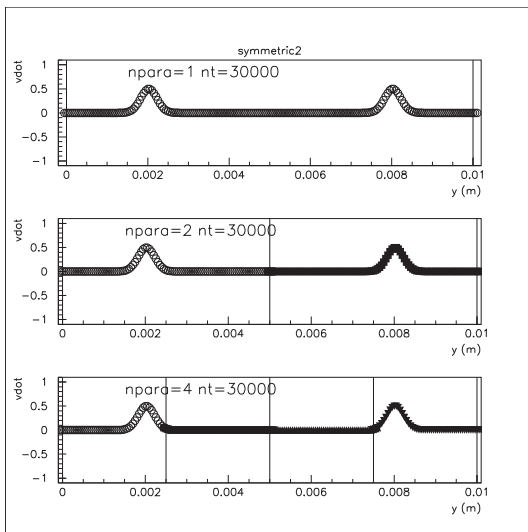


图 102: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=30000$

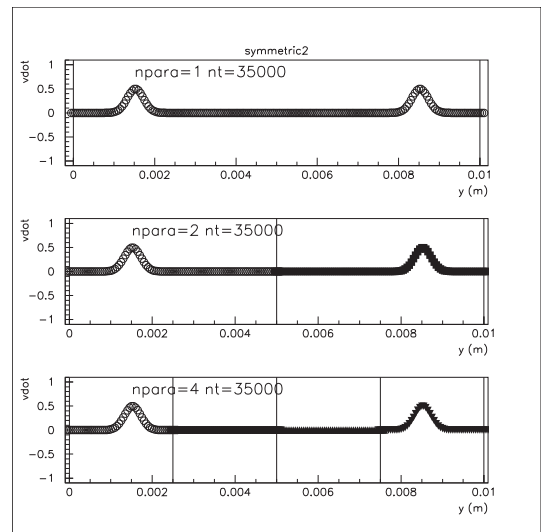


图 103: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=35000$

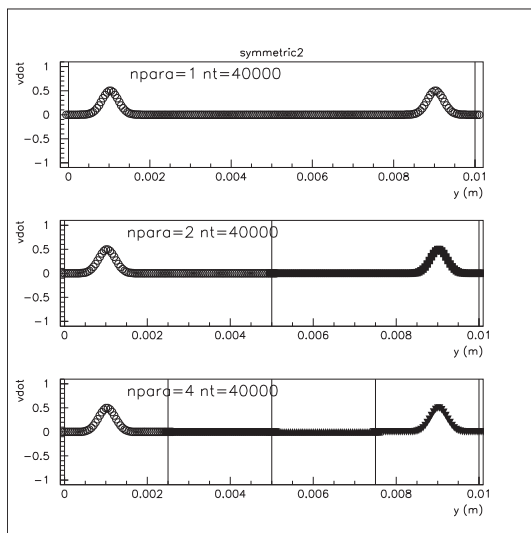


图 104: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=40000$

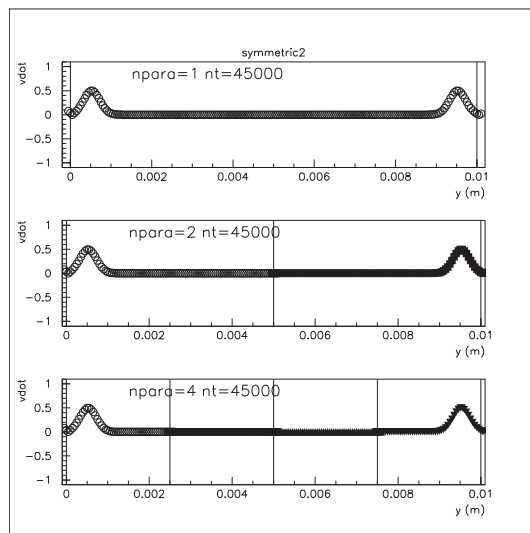


图 105: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=45000$

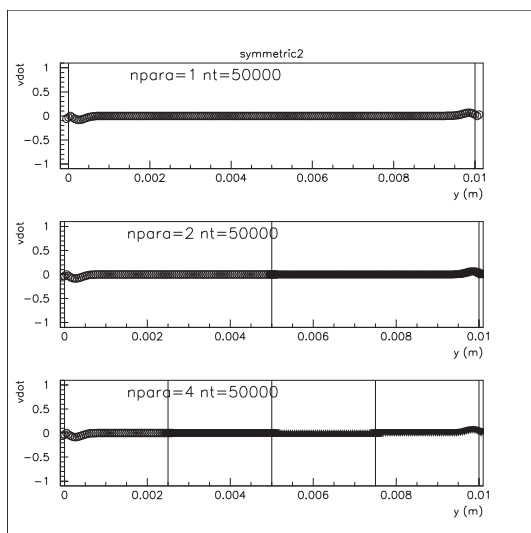


图 106: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=50000$

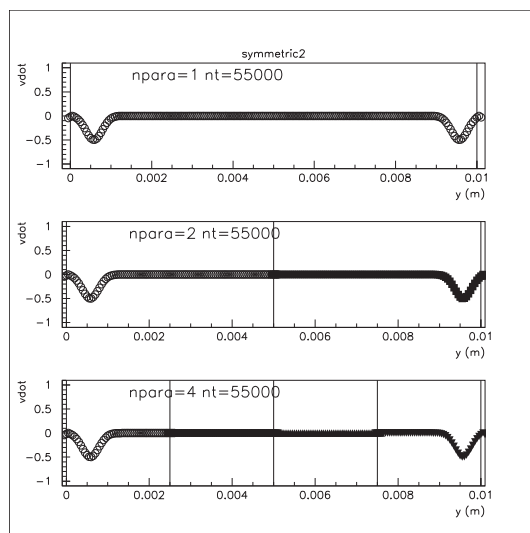


图 107: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=55000$

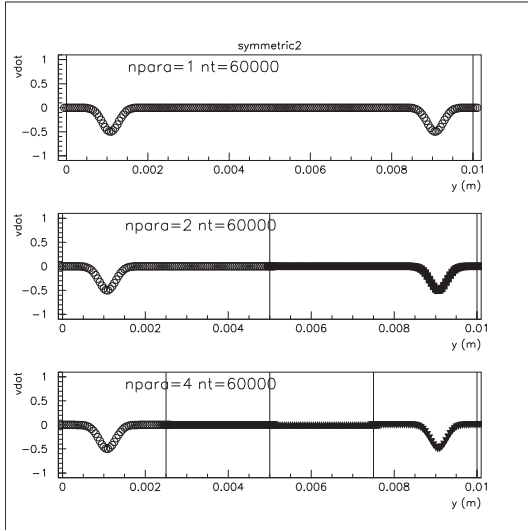


图 108: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=60000$

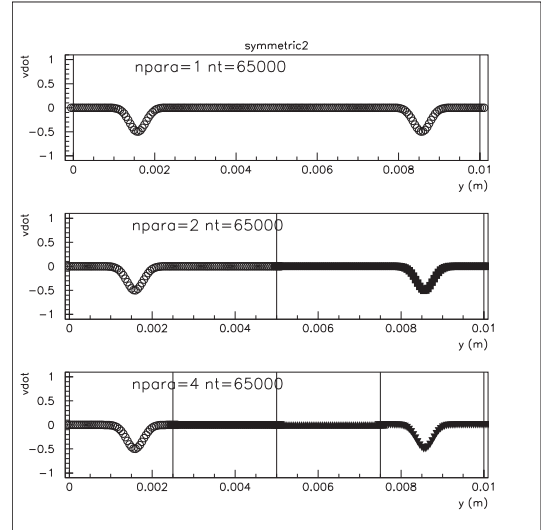


图 109: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=65000$

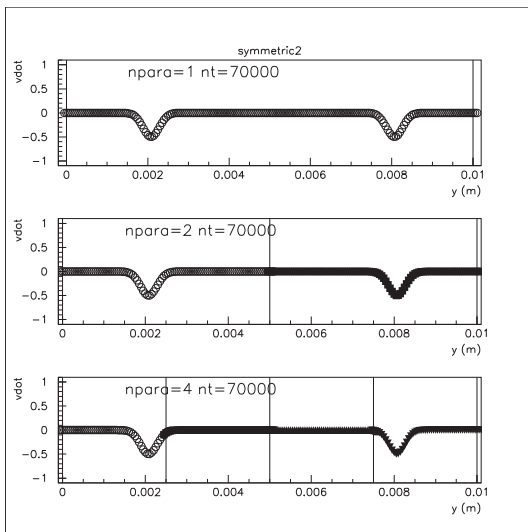


图 110: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=70000$

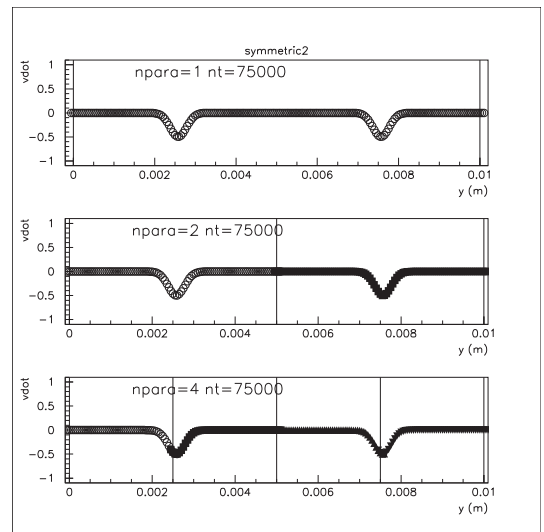


图 111: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=75000$

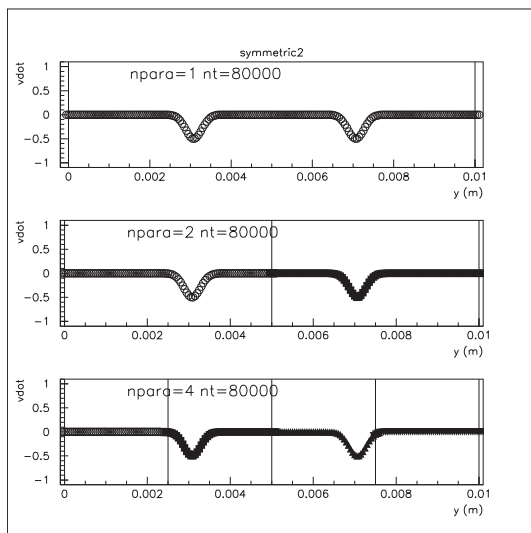


图 112: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=80000$

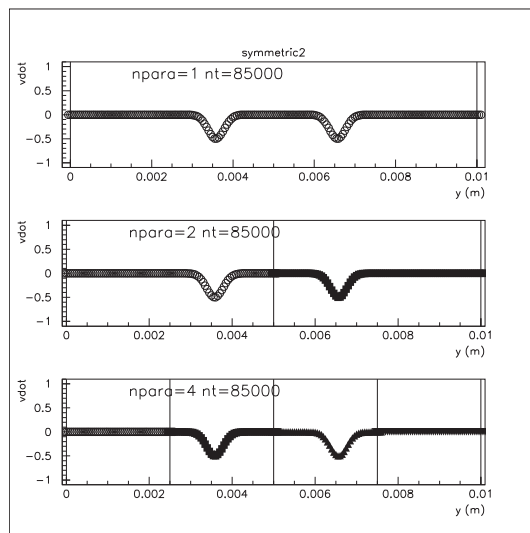


图 113: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=85000$

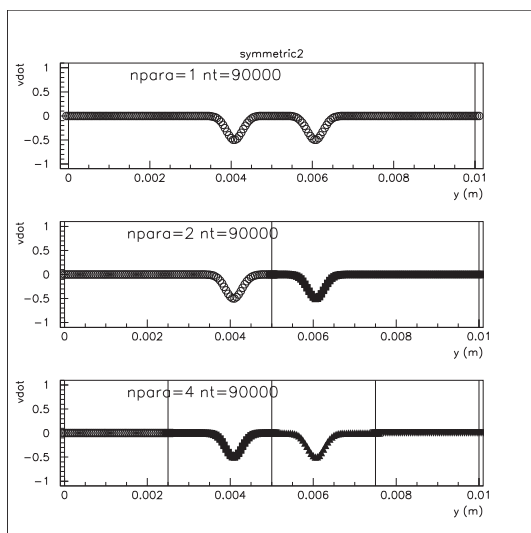


图 114: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=90000$

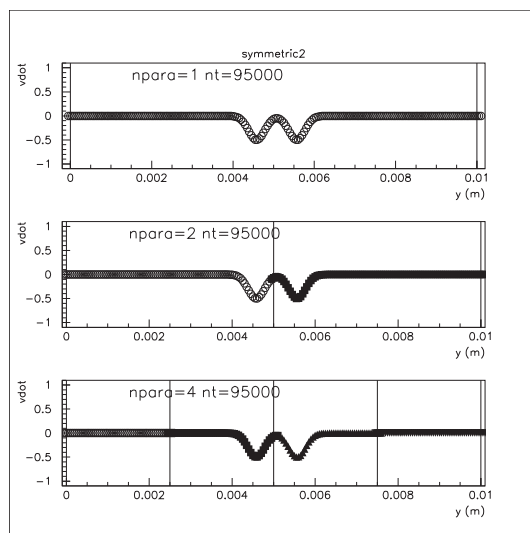


图 115: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=95000$

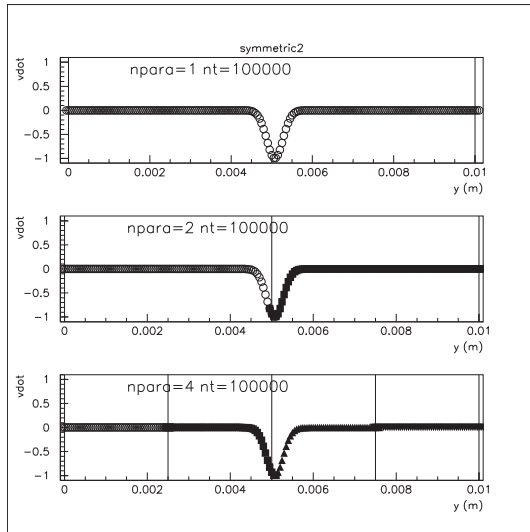


图 116: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=100000$

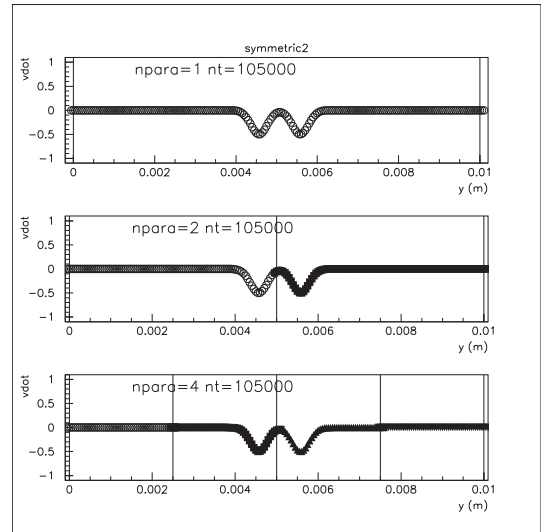


图 117: 对称境界 波束 \dot{v} Y 轴方向 P 波 $Nt=105000$

4.12.5 並列計算 対称境界 S波

対称境界を 4.5 と同様に y 軸方向に設定し、並列計算を行った。分割は、 y 軸の方向に 2 分割、4 分割し、分割しないものと比較した。計算された数値は、2 分割、4 分割それぞれ、分割しないものと同じ数値が得られていることを確認した。

図 118 から図 138 まで、上から分割なし、2 分割、4 分割の場合の計算の各時間ステップでの値 w を示している。図中の縦線は、 $x = 0, 0.01$ の対称境界、 $x = 0.0025, 0.005, 0.0075$ の並列分割の境界を示している。それぞれ分割していないものと同様の計算が出来ていることを確認できる。

S 波なので、反転は起こらない。

同様の計算を x 軸方向 y 変位 z 変位、 y 軸方向 x 変位、 z 軸方向 x 変位 y 変位について計算し、並列による分割および対称境界が、正しく計算されていることを確認した。

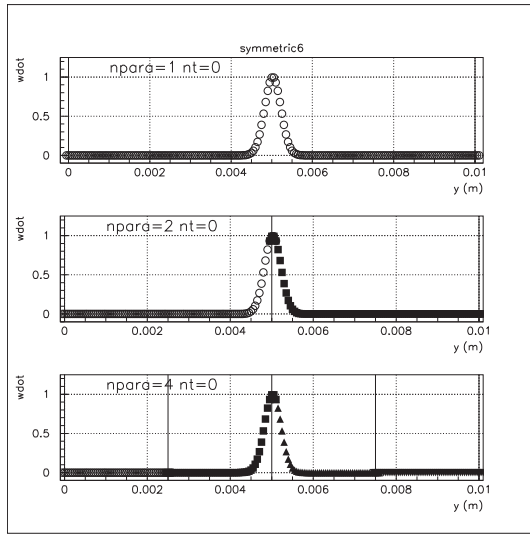


图 118: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=0$

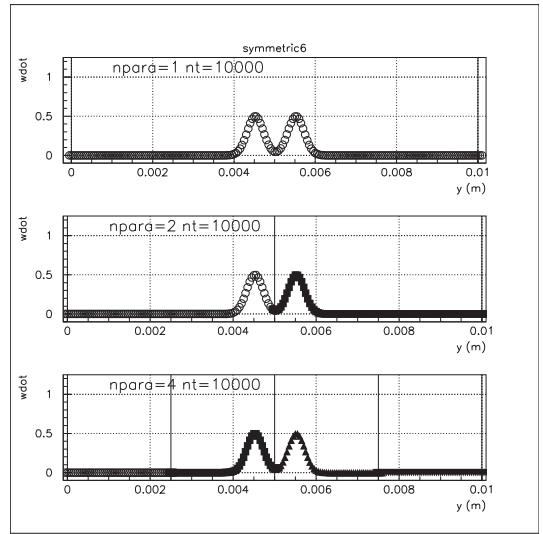


图 119: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=10000$

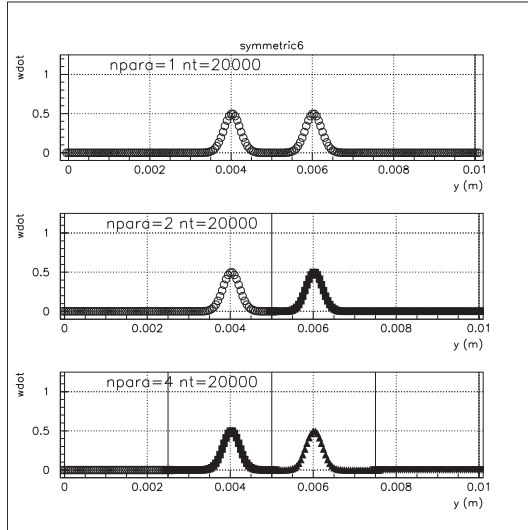


图 120: 对称境界 波束 \dot{w} y 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=20000$

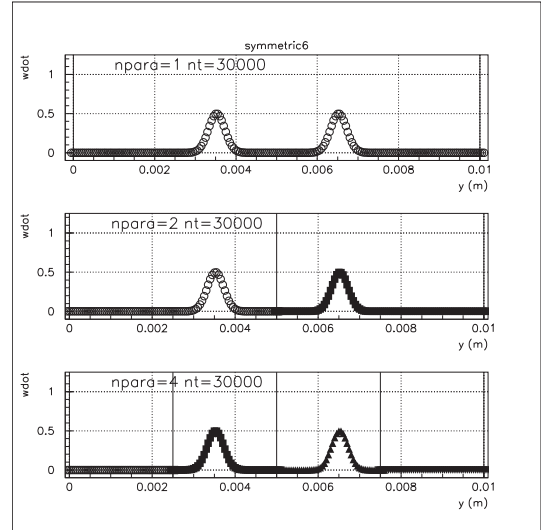


图 121: 对称境界 波束 \dot{w} y 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=30000$

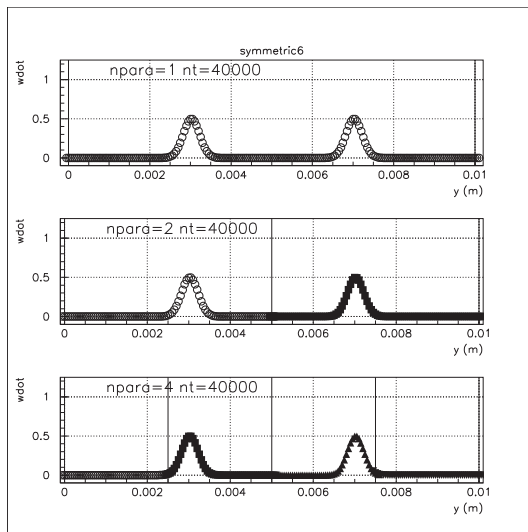


图 122: 对称境界 波束 \dot{w} y 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=40000$

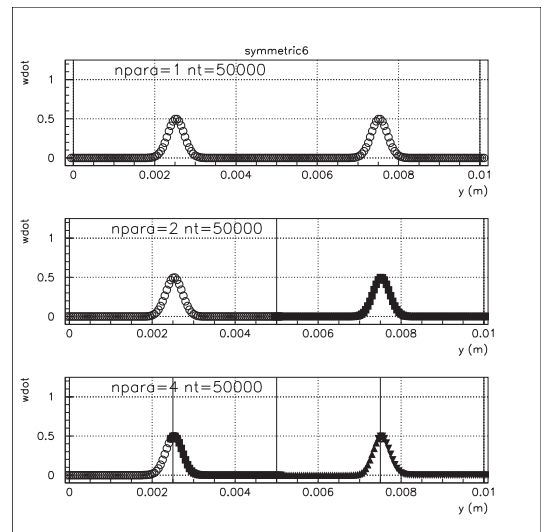


图 123: 对称境界 波束 \dot{w} y 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=50000$

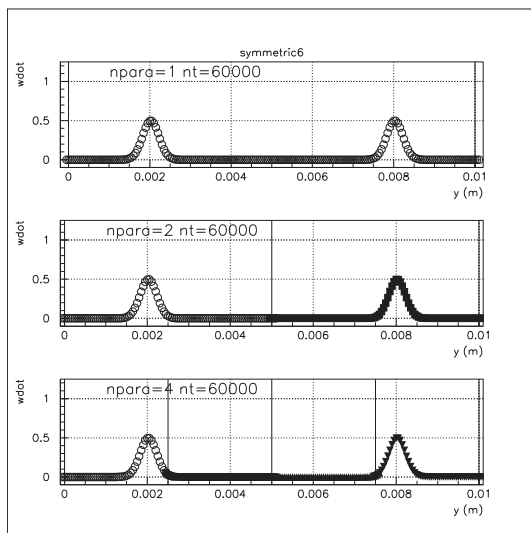


图 124: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=60000$

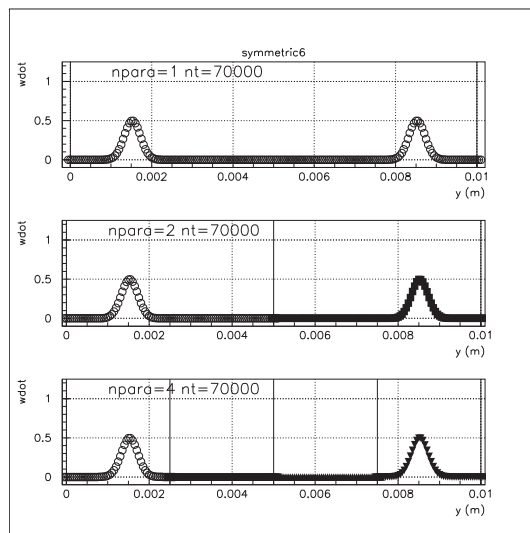


图 125: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=70000$

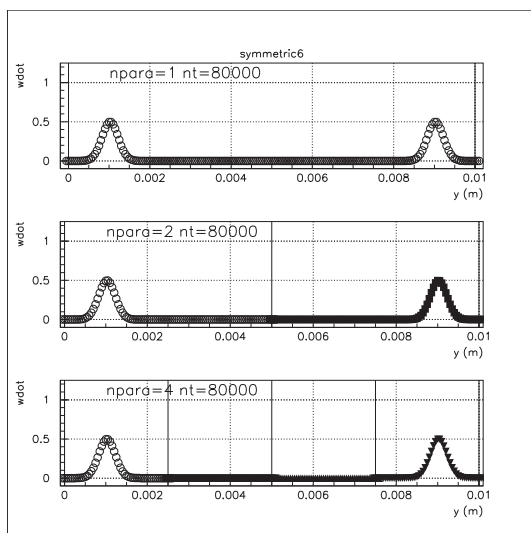


图 126: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=80000$

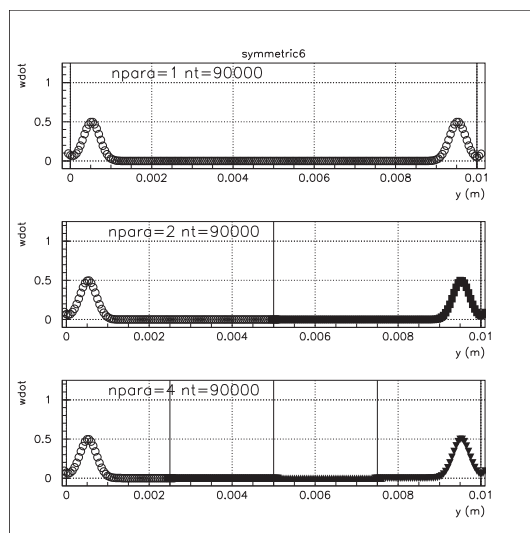


图 127: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=90000$

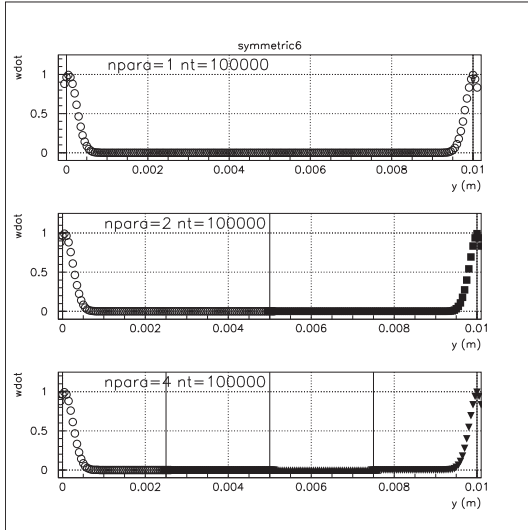


图 128: 对称境界 波束 \dot{w} y 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=100000$

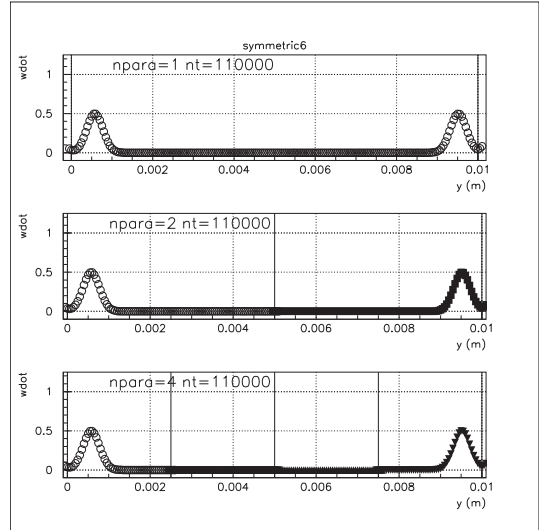


图 129: 对称境界 波束 \dot{w} y 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=110000$

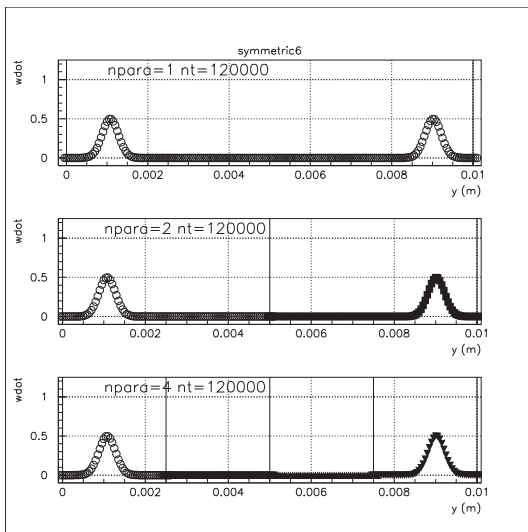


图 130: 对称境界 波束 \dot{w} y 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=120000$

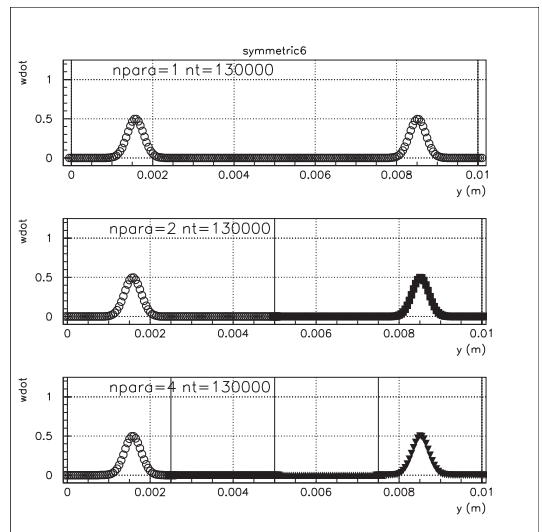


图 131: 对称境界 波束 \dot{w} y 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=130000$

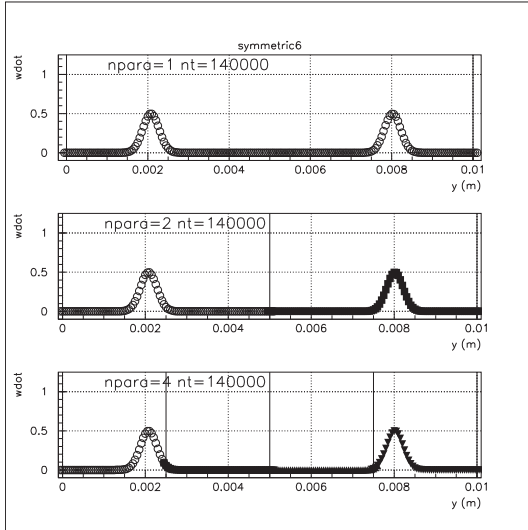


图 132: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=140000$

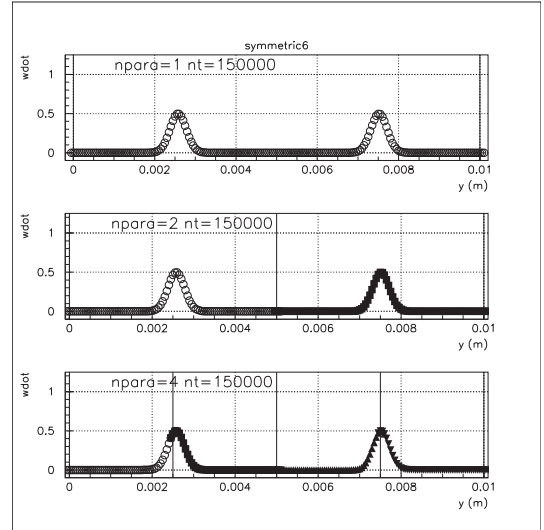


图 133: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=150000$

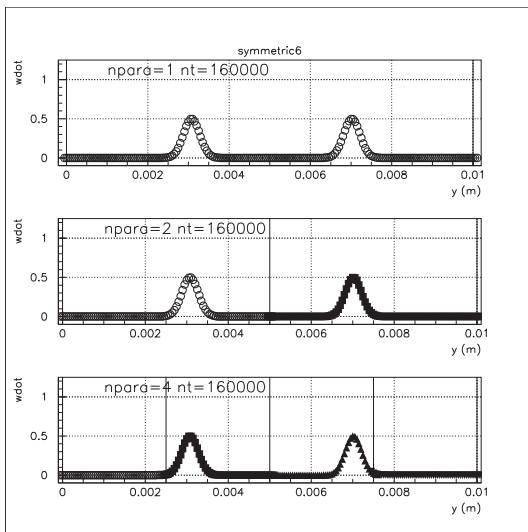


图 134: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=160000$

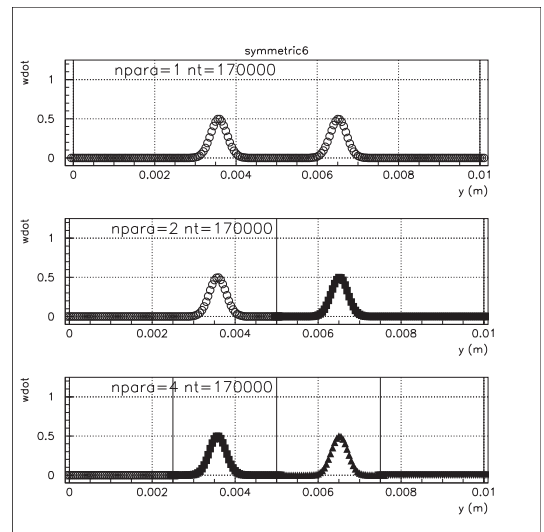


图 135: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=170000$

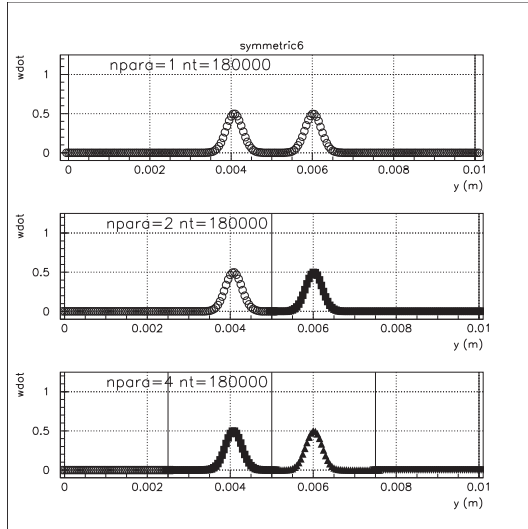


图 136: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=180000$

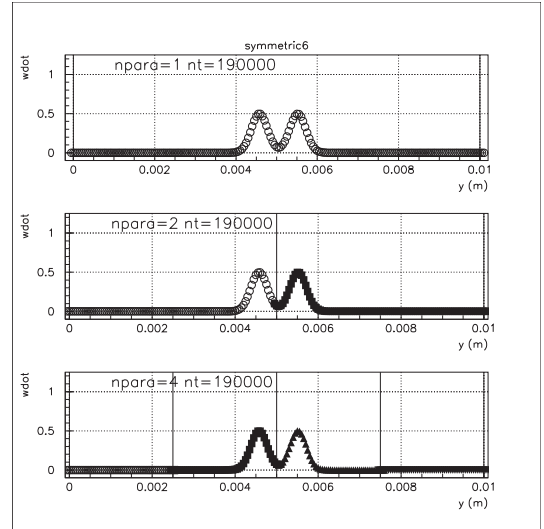


图 137: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=190000$

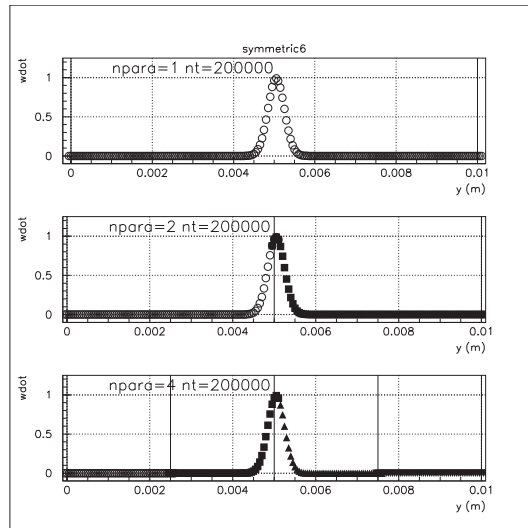


图 138: 对称境界 波束 \dot{w} y 轴方向 S 波 y 变位 $Nt=200000$

4.12.6 並列計算 PML 境界 P 波

PML 境界を 4.8 と同様に z 軸方向に領域を設定し、 Z 軸方向に進む P 波を入力した。分割は、 y 軸の方向に 2 分割、4 分割し、分割しないものと比較した。計算された数値は、2 分割、4 分割それぞれ、分割しないものと同じ数値が得られていることを確認した。

図 139 から図 162 まで、上から分割なし、2 分割、4 分割の場合の計算の各時間ステップでの値 \dot{w} を示している。図中の縦線は、 $z = 0, 0.01$ の対称境界、 $z = 0.0025, 0.005, 0.0075$ の並列分割の境界を示している。又、 $z = 0.0015, 0.0085$ で示した線の外側が PML 領域に設定されている。それぞれ分割していないものと同様の計算が出来ていることを確認できる。

同様の計算を x 軸方向、 y 軸方向について計算し、並列による分割および PML 境界が、正しく計算されていることを確認した。

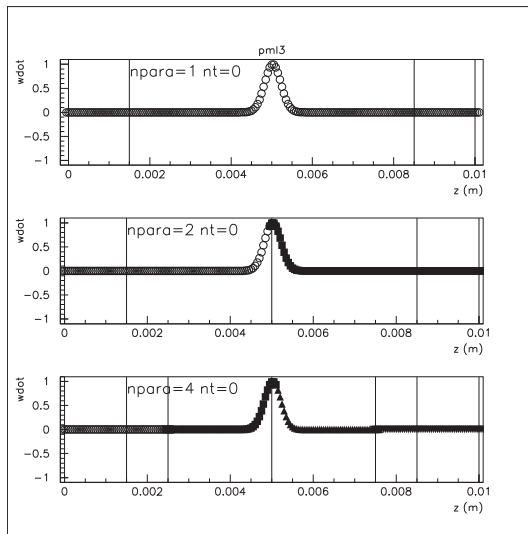


图 139: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=0$

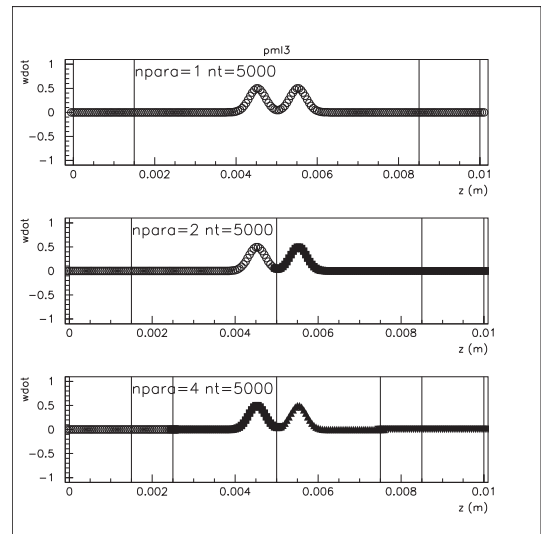


图 140: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=5000$

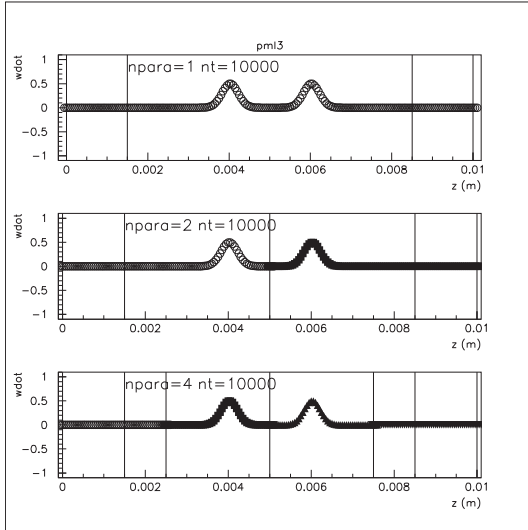


图 141: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $N_t=10000$

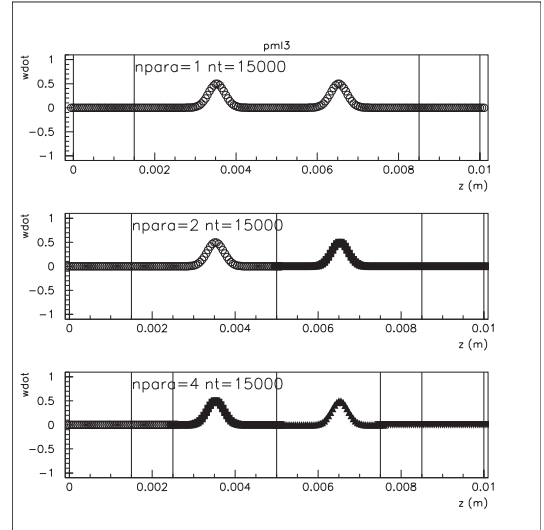


图 142: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $N_t=15000$

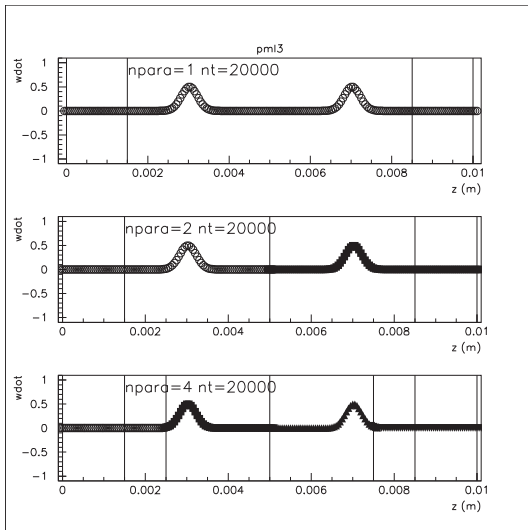


图 143: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $N_t=20000$

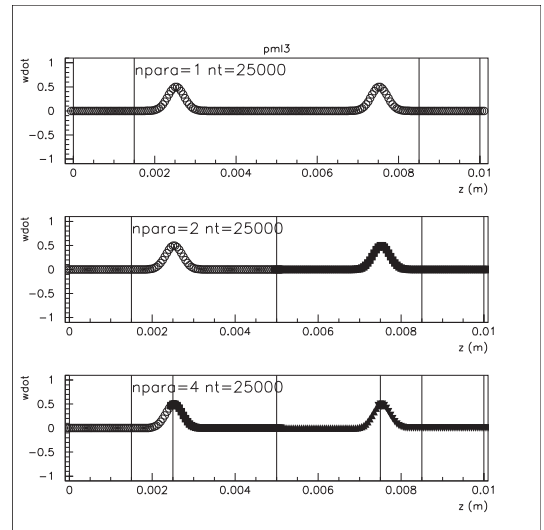


图 144: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $N_t=25000$

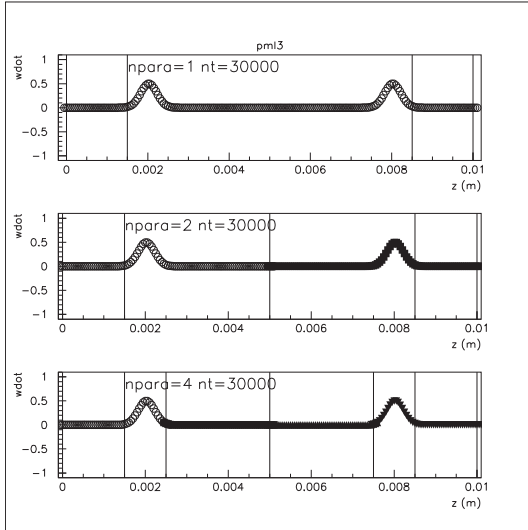


图 145: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=30000$

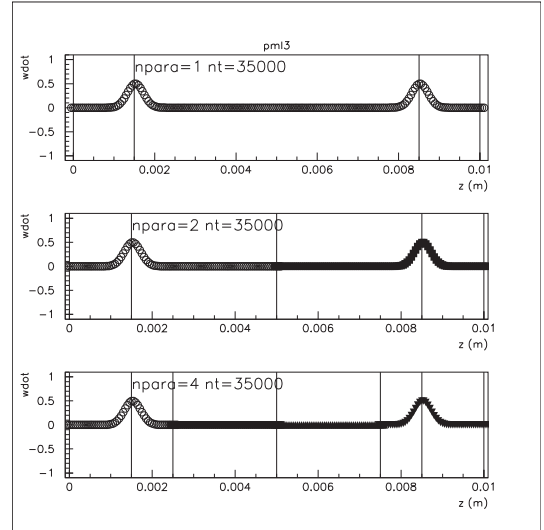


图 146: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=35000$

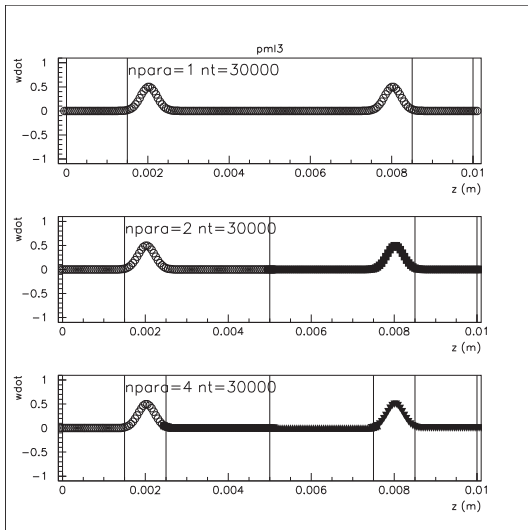


图 147: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=30000$

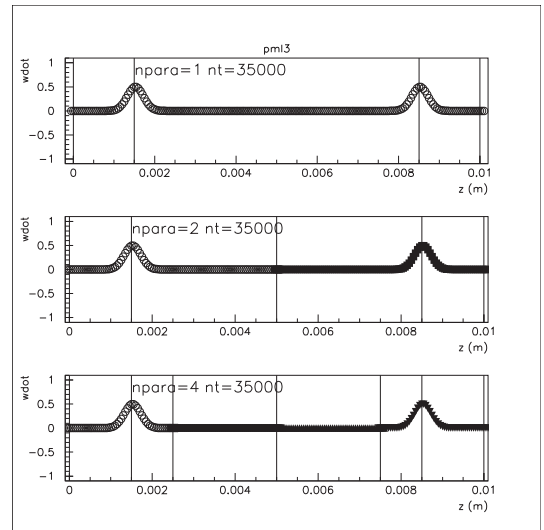


图 148: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=35000$

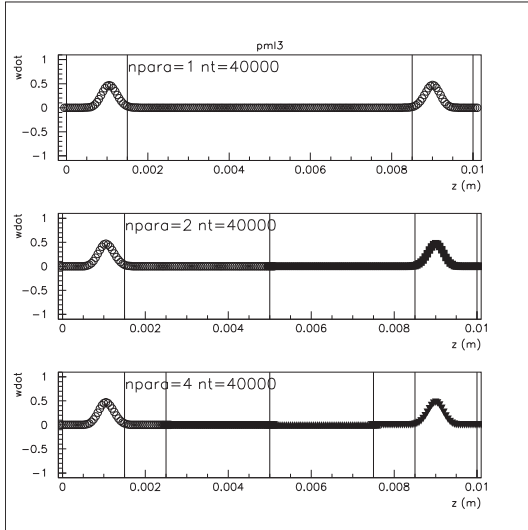


图 149: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=40000$

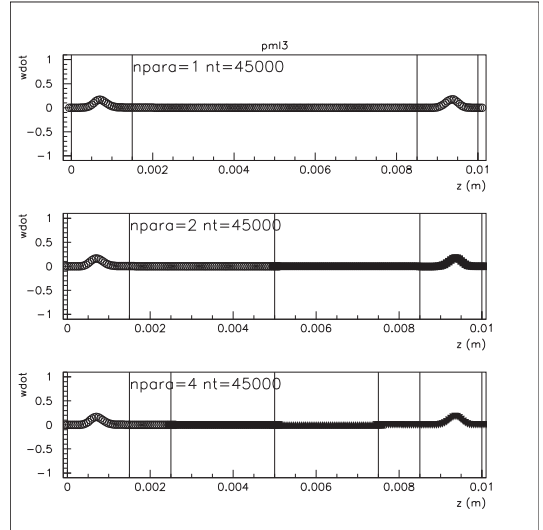


图 150: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=45000$

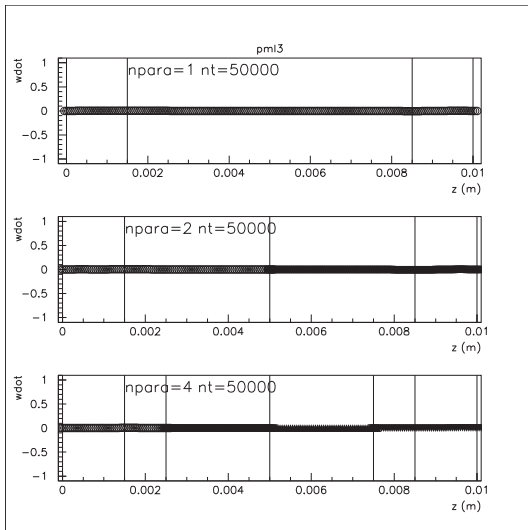


图 151: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=50000$

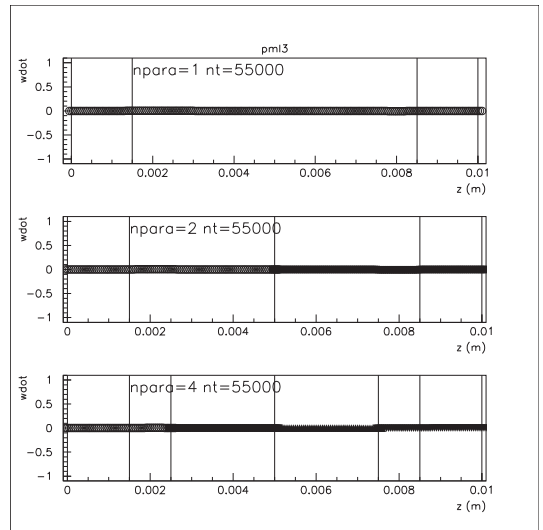


图 152: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=55000$

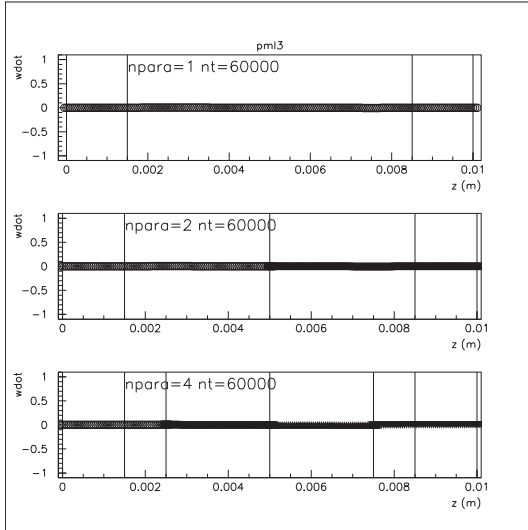


図 153: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=60000$

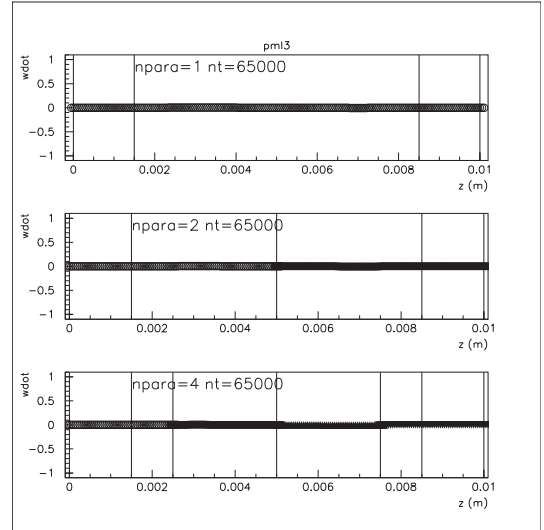


図 154: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=65000$

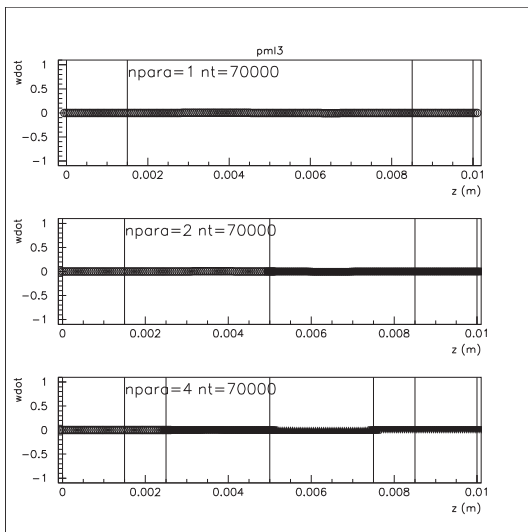


図 155: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=70000$

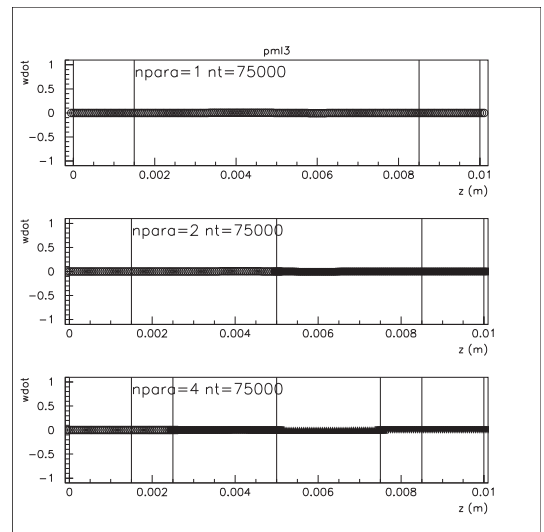


図 156: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=75000$

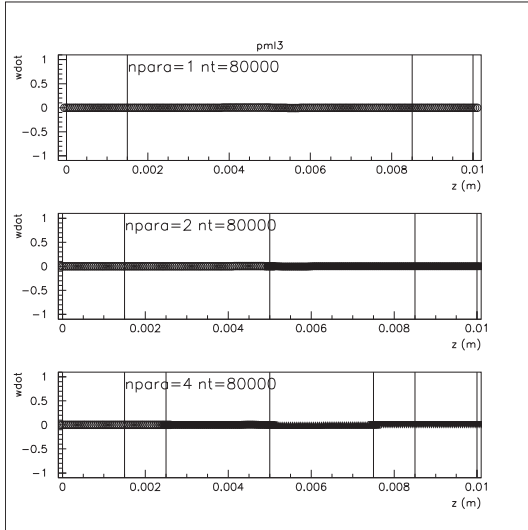


図 157: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=80000$

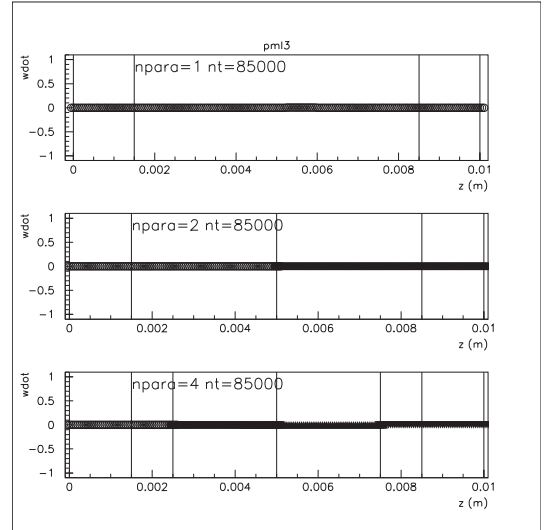


図 158: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=85000$

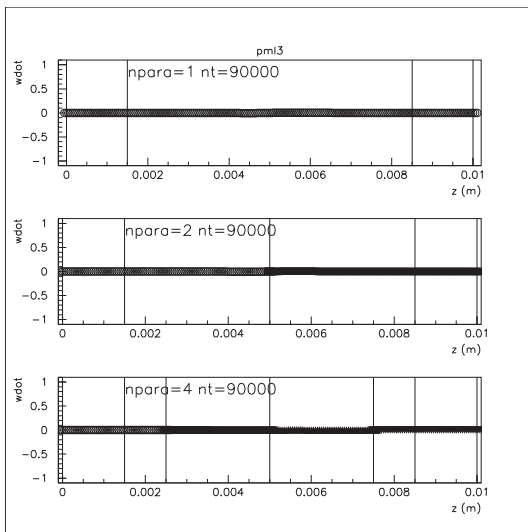


図 159: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=90000$

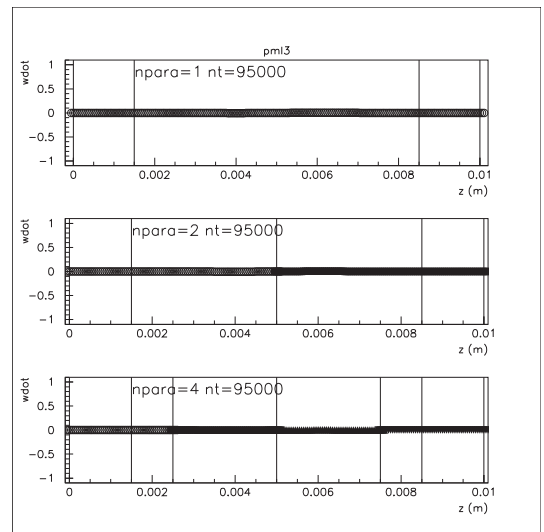


図 160: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=95000$

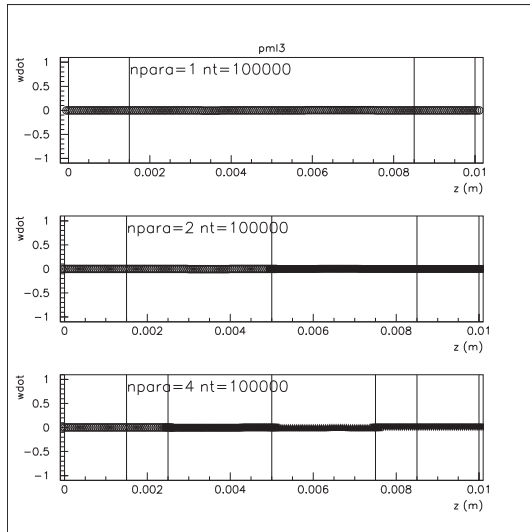


图 161: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=100000$

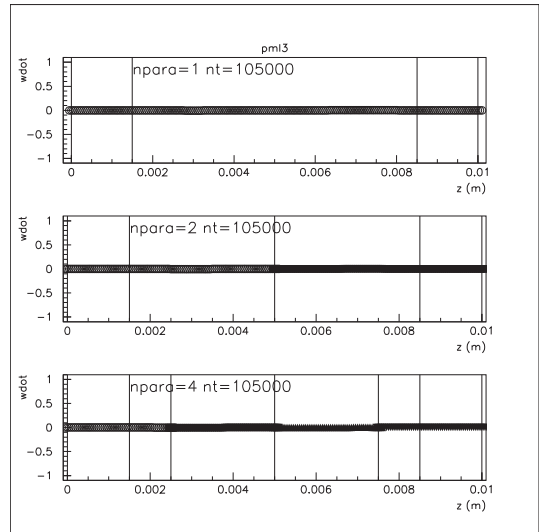


图 162: PML 境界 波束 \dot{w} z 軸方向 P 波 $Nt=105000$

4.12.7 並列計算 PML 境界 S 波

PML 境界を 4.8 と同様に z 軸方向に領域を設定し、 Z 軸方向に進む S 波 y 変位を z 軸方向に設定し、並列計算を行った。分割は、 z 軸の方向に 2 分割、4 分割し、分割しないものと比較した。計算された数値は、2 分割、4 分割それぞれ、分割しないものと同じ数値が得られていることを確認した。

図 163 から図 183 まで、上から分割なし、2 分割、4 分割の場合の計算の各時間ステップでの値 \dot{v} を示している。図中の縦線は、 $z = 0, 0.01$ の対称境界、 $z = 0.0025, 0.005, 0.0075$ の並列分割の境界を示している。又、 $z = 0.0015, 0.0085$ で示した線の外側が PML 領域に設定されている。それぞれ分割していないものと同様の計算が出来ていることを確認できる。

同様の計算を x 軸方向 y 変位 z 変位、 y 軸方向 x 変位 z 変位、 z 軸方向 x 変位について計算し、並列による分割および PML 境界が、正しく計算されていることを確認した。

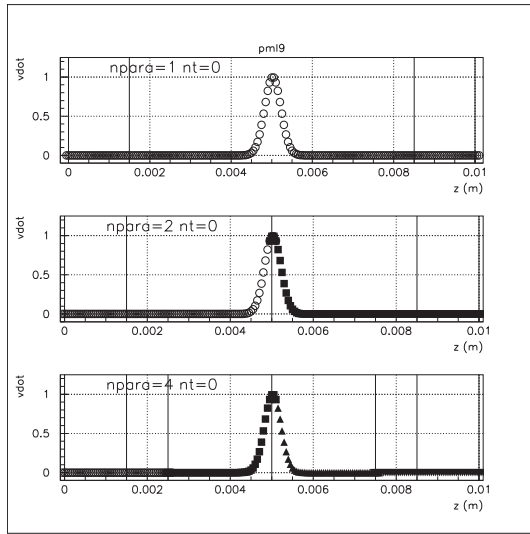


图 163: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=0$

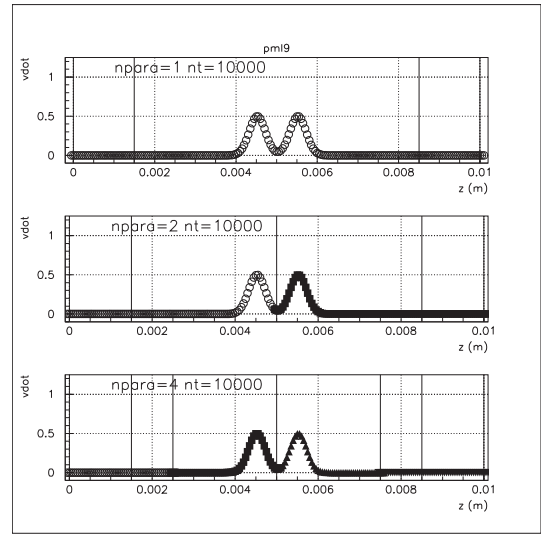


图 164: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=10000$

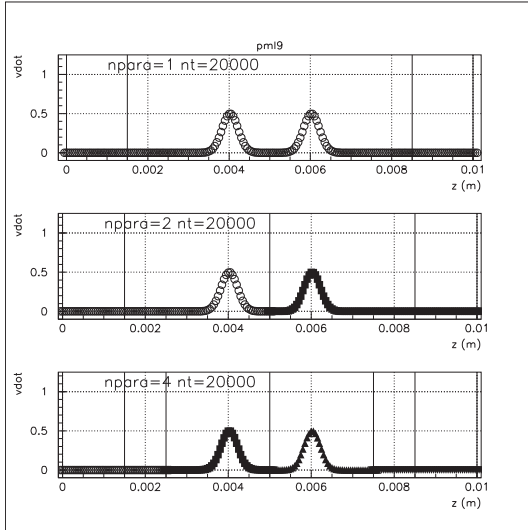


图 165: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=20000$

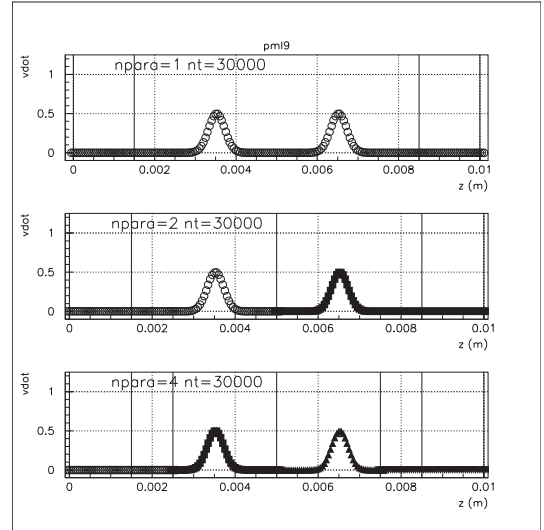


图 166: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=30000$

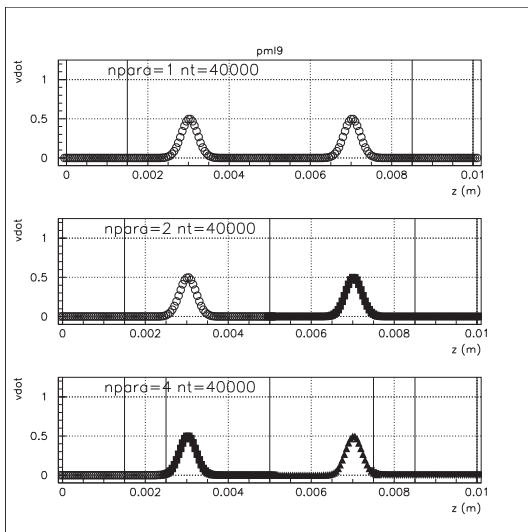


图 167: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=40000$

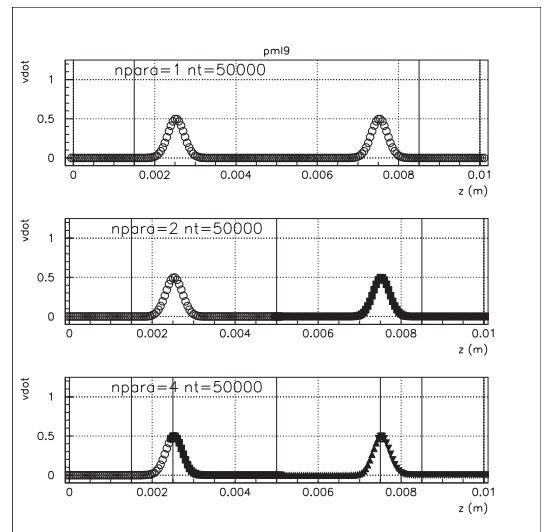


图 168: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=50000$

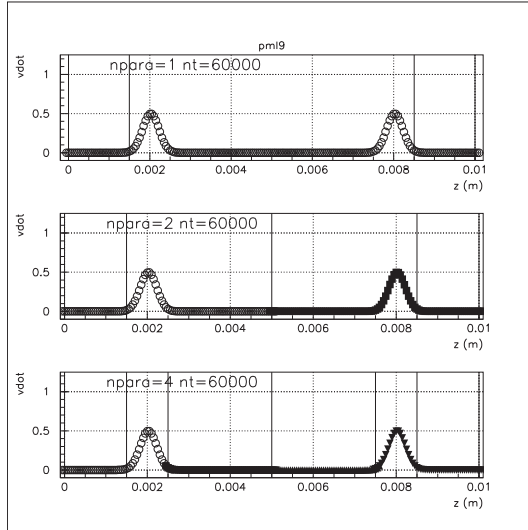


图 169: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=60000$

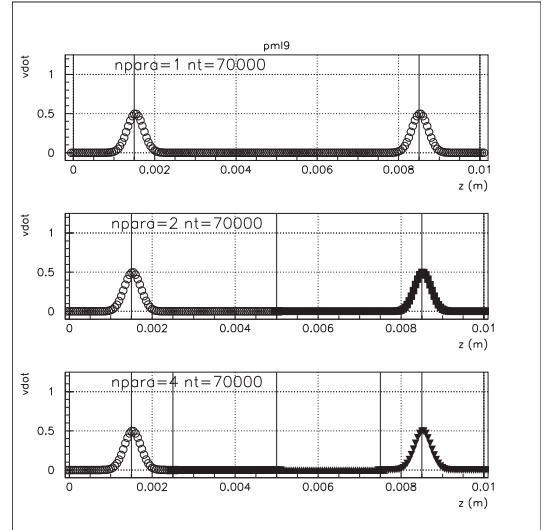


图 170: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=70000$

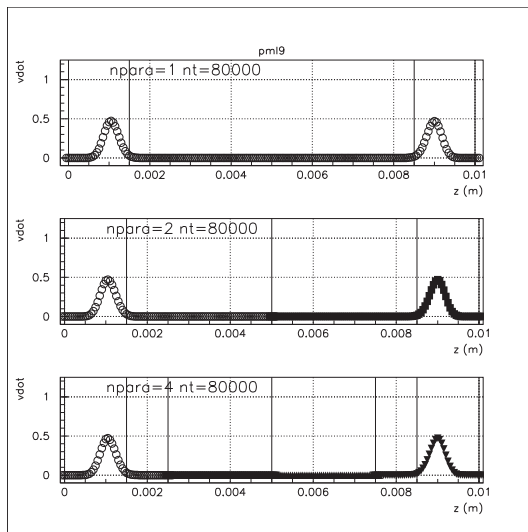


图 171: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=80000$

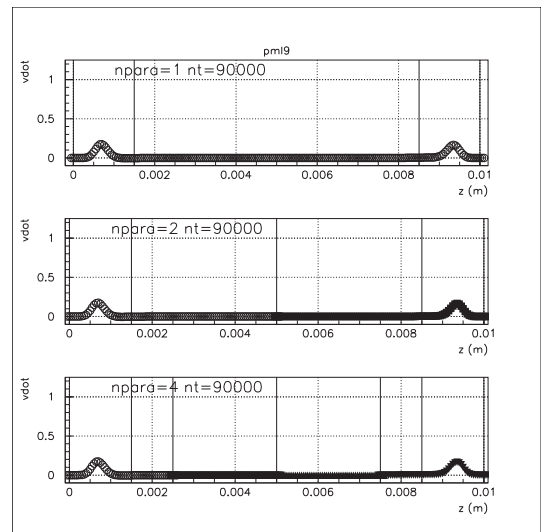


图 172: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=90000$

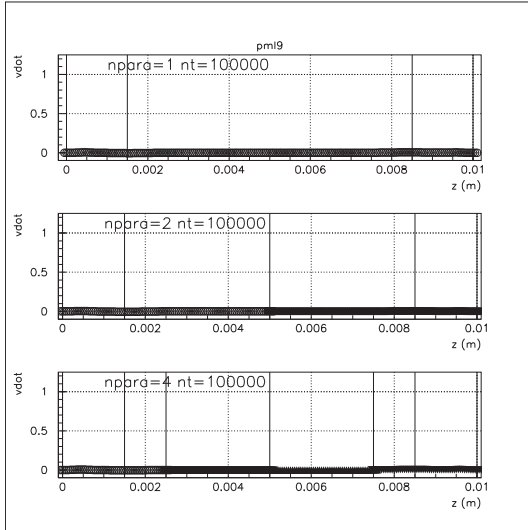


图 173: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=100000$

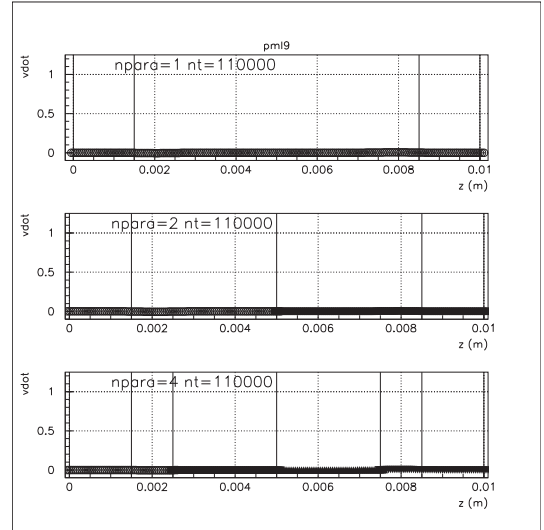


图 174: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=110000$

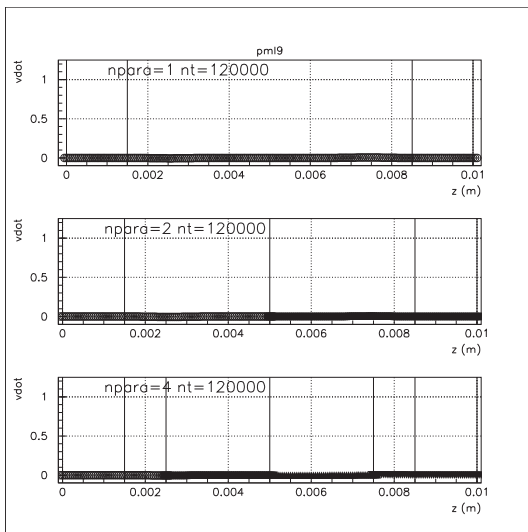


图 175: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=120000$

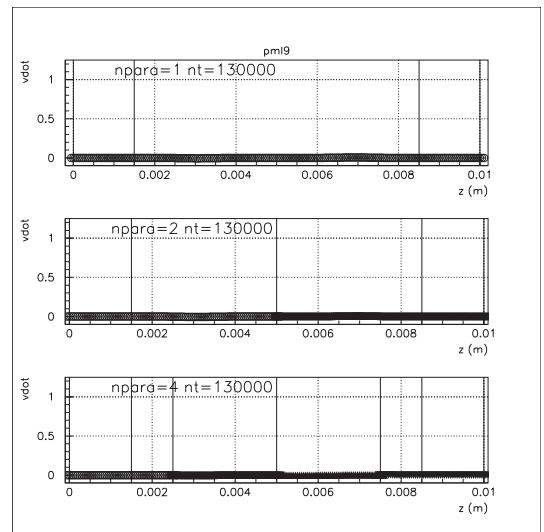


图 176: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=130000$

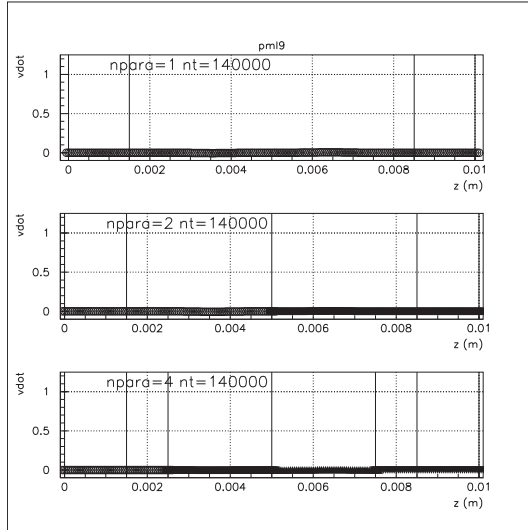


图 177: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=140000$

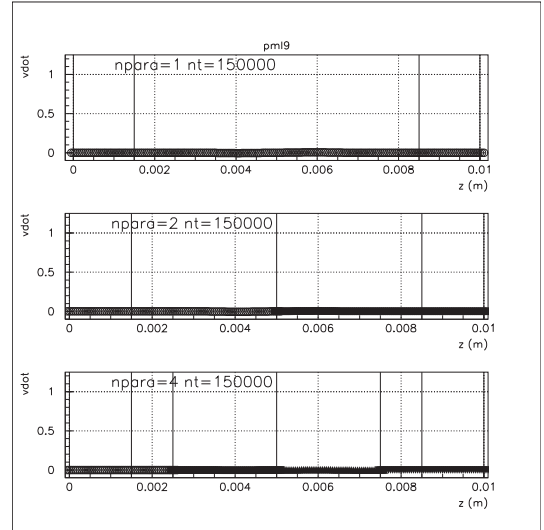


图 178: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=150000$

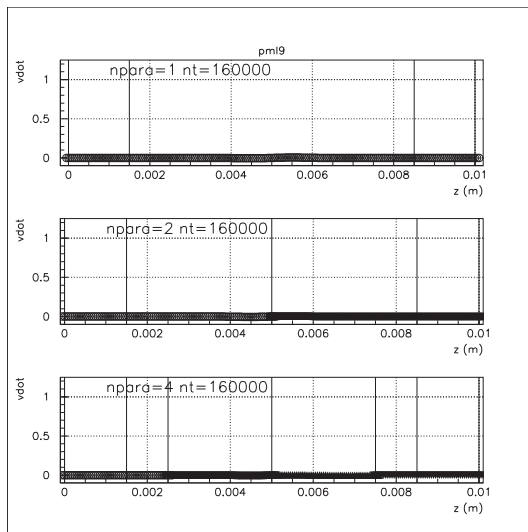


图 179: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=160000$

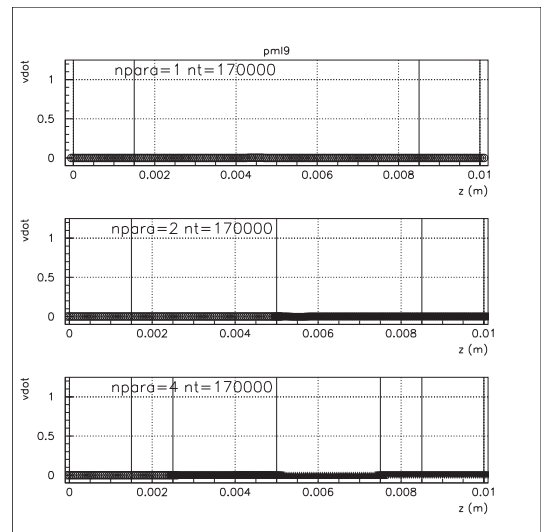


图 180: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=170000$

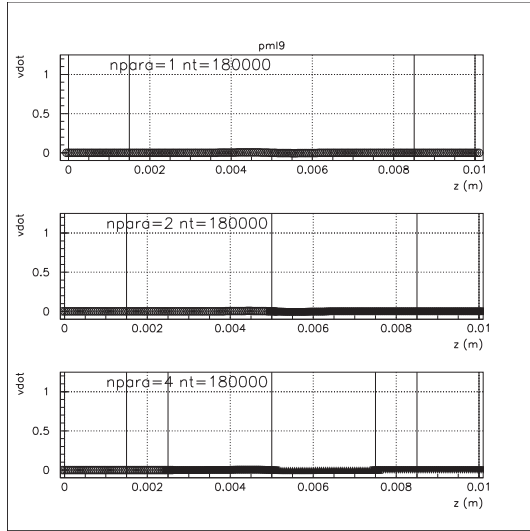


图 181: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=180000$

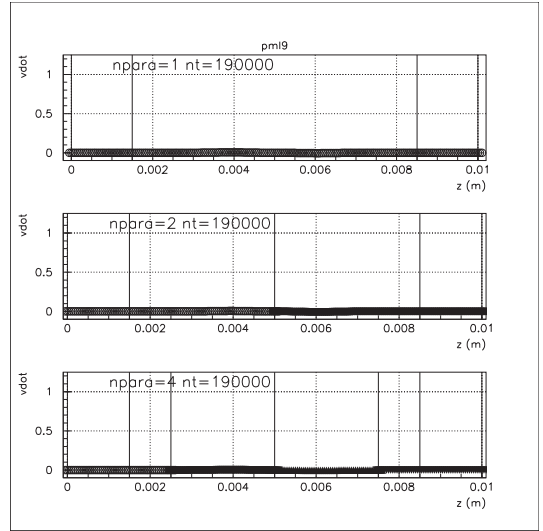


图 182: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=190000$

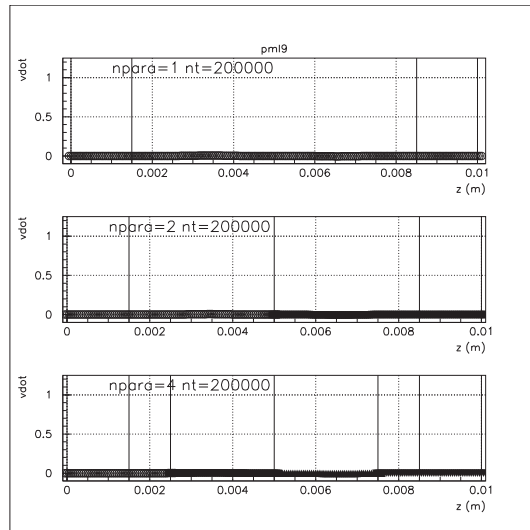


图 183: PML 境界 波束 \dot{v} z 軸方向 S 波 y 変位 $Nt=200000$