

Particle-in-cell法によるイオンビーム軌道解析のご提案

H21年9月

Advanced Algorithm and Systems

中性粒子ビーム入射 (NBI) 技術においては、中性化セル通過以前のイオンビーム軌道を解析することが重要な課題の一つとなっています。今回は、Particle-in-cell (PIC) 法と呼ばれる方法に基づいたイオンビーム軌道の解析コード開発のご提案を紹介させていただきます。本提案書では、PIC 法の概要を示した後に、この方法を用いてどのようにイオンビーム軌道の解析を行うかを説明し、最後に本提案の具体的内容を述べさせていただきます。

内容

1. PIC 法の概要
2. 静電 (electrostatic) PIC 法によるイオンビーム軌道解析
 2. 1. 支配方程式
 2. 2. 計算手順
3. ご提案の内容

1. PIC法の概要

電磁相互作用により、ある荷電粒子が他の荷電粒子の運動に影響を及ぼすプロセスは、粒子による場の生成と、場の粒子への作用、という二段階のプロセスに分解して捉え直すこともできます。PIC 法では、上記のプロセスを、次のようにシミュレートしています。

- A) 空間をセルに分割し、粒子はセル内を自由に移動するとします。
- B) 場はセルの頂点 (格子点) にのみ値をもつとします。(図1参照。)
- C) セル内の粒子の電流密度、電荷密度を格子点に分配します。
- D) 格子点上の電流密度、電荷密度から格子点上の電場、磁場を計算します。
- E) 格子点上の場の値から、セル内の粒子の位置の場を補間して求めます。
- F) 粒子に働くローレンツ力を計算し、粒子の運動方程式を解きます。

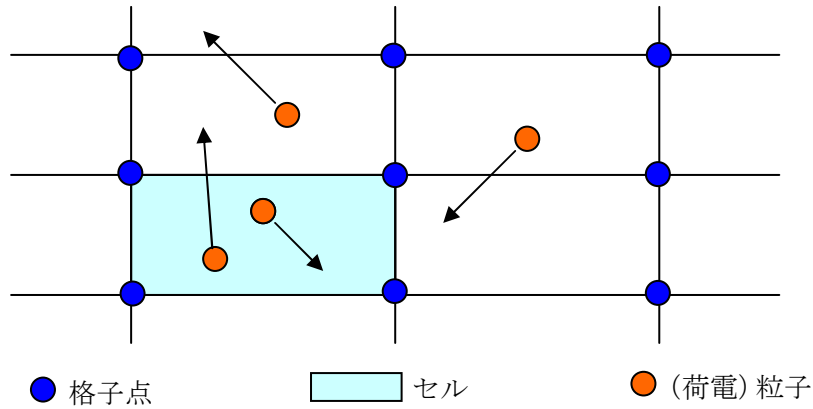


図1. 格子点とセルの配置

2. 静電 (electrostatic) PIC 法によるイオンビーム軌道解析

ここでは、前節で概説したような PIC 法によって、定常状態のイオンビーム軌道を解析する方法を示します。(解析において基礎とする方程式を示した後、計算の手順を説明します。)

2. 1. 支配方程式

イオンビームの軌道は次の支配方程式 (関係式) から求めます。

$$\text{電荷分布: } \rho(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N q_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i)$$

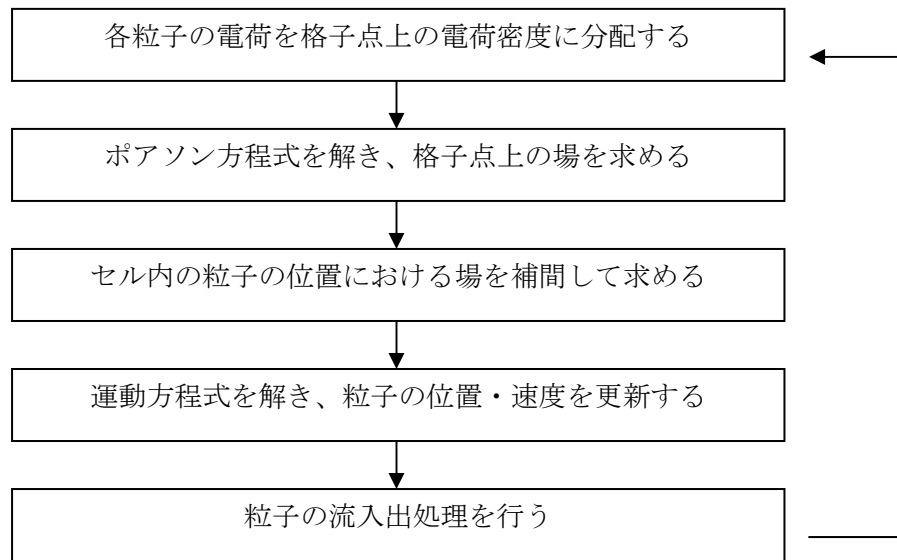
$$\text{ポアソン方程式: } \Delta\phi(\mathbf{r}) = -\frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0} \quad (\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\phi(\mathbf{r}))$$

$$\text{運動方程式: } m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = q_i (\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_{\text{ext}}(\mathbf{r}))$$

ここで、 N は荷電粒子の粒子数、 q_i は荷電粒子の電荷、 \mathbf{x}_i は荷電粒子の座標、 $\phi(\mathbf{r})$ は静電ポテンシャル、 ϵ_0 は真空誘電率、 m_i は荷電粒子の質量、 \mathbf{v}_i は荷電粒子の速度、 \mathbf{B}_{ext} は静磁場 (外場) です。

2. 2. 計算手順

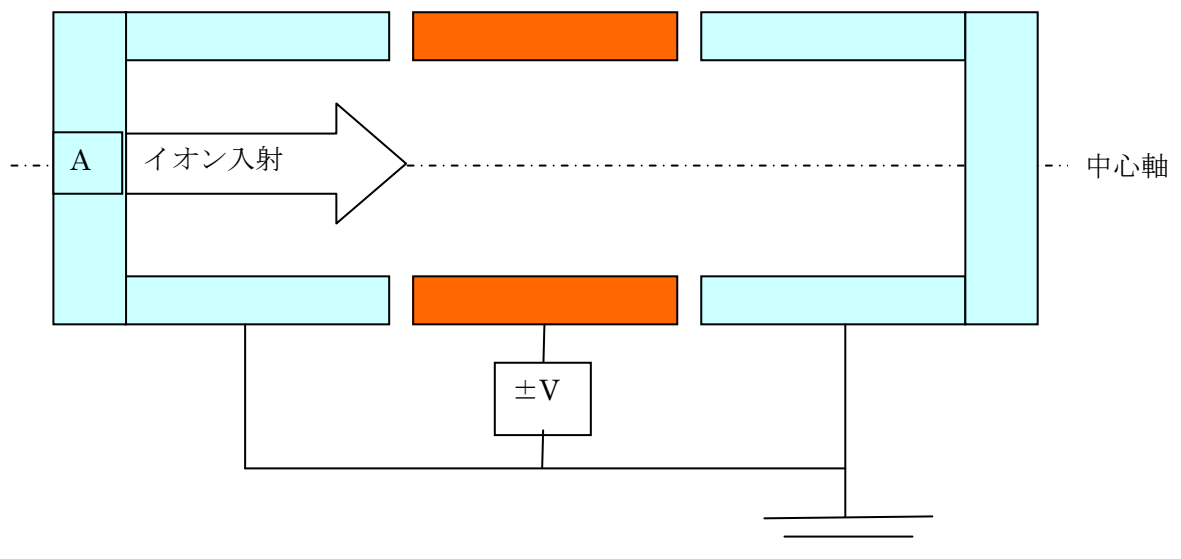
計算の流れは以下の通りです。(計算は、定常状態と判断できるまで繰り返します。)



3. ご提案の内容

次のような簡単なモデルを解析可能な、静電 PIC 法によるイオンビーム軌道解析コードのプロトタイプ開発を提案いたします。**(解析モデルの変更や、プロトタイプに対する機能追加のご要望にも、柔軟に対応致しますので、お気軽にご相談下さい。)**

解析モデル：軸対称アインツェルレンズ（単電位レンズ）系



解析条件

- A) 壁面では完全導体の境界条件を課します。
- B) イオンは、左端中心付近の領域 A から（一定電流で）入射させます。
- C) 壁に当たったイオンは系から流出したとして、消去します。
- D) 外磁場は考えません。（ $\mathbf{B}_{\text{ext}} = \mathbf{0}$ とします。）
- E) rz 座標系を正方形セルで分割します。

計算手法

格子点への電荷密度の分配：線形加重、
粒子位置での場の計算：線形補間
ポアソン方程式解法：ガウス・ザイデル法
粒子状態の時間更新：リーブ・フロッグ法

プロトタイプ開発の実施計画（案）

プログラム設計：1ヶ月

コード実装：3ヶ月

モデル解析、報告書作成：1ヶ月

参考文献

1. C.K.Birdsall and A.B.Langdon, "Plasma physics via computer simulation"

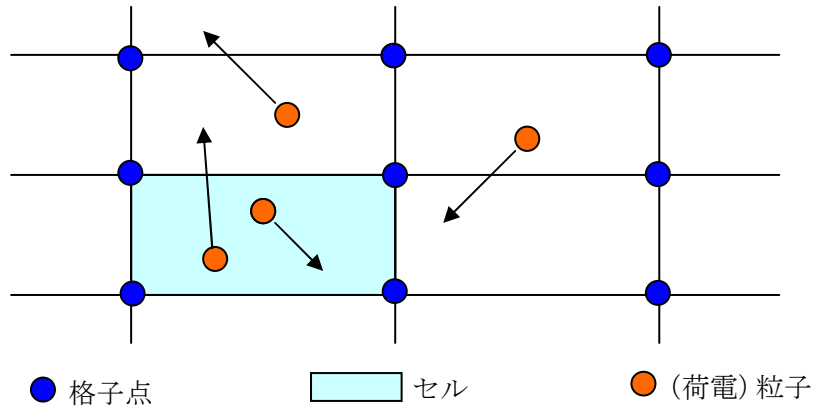


図1. 格子点とセルの配置

2. 静電 (electrostatic) PIC 法によるイオンビーム軌道解析

ここでは、前節で概説したような PIC 法によって、定常状態のイオンビーム軌道を解析する方法を示します。(解析において基礎とする方程式を示した後、計算の手順を説明します。)

2. 1. 支配方程式

イオンビームの軌道は次の支配方程式 (関係式) から求めます。

$$\text{電荷分布: } \rho(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N q_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i)$$

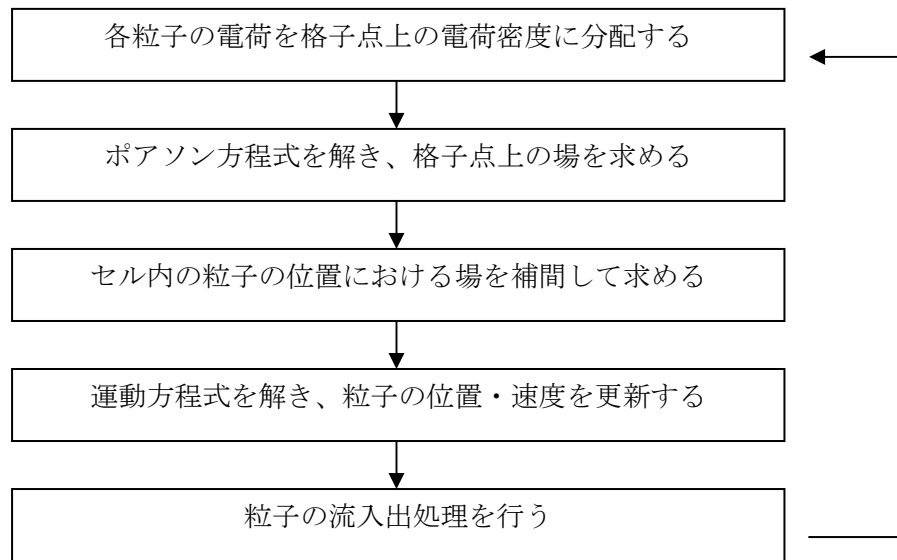
$$\text{ポアソン方程式: } \Delta\phi(\mathbf{r}) = -\frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0} \quad (\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\phi(\mathbf{r}))$$

$$\text{運動方程式: } m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = q_i (\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_{\text{ext}}(\mathbf{r}))$$

ここで、 N は荷電粒子の粒子数、 q_i は荷電粒子の電荷、 \mathbf{x}_i は荷電粒子の座標、 $\phi(\mathbf{r})$ は静電ポテンシャル、 ϵ_0 は真空誘電率、 m_i は荷電粒子の質量、 \mathbf{v}_i は荷電粒子の速度、 \mathbf{B}_{ext} は静磁場 (外場) です。

2. 2. 計算手順

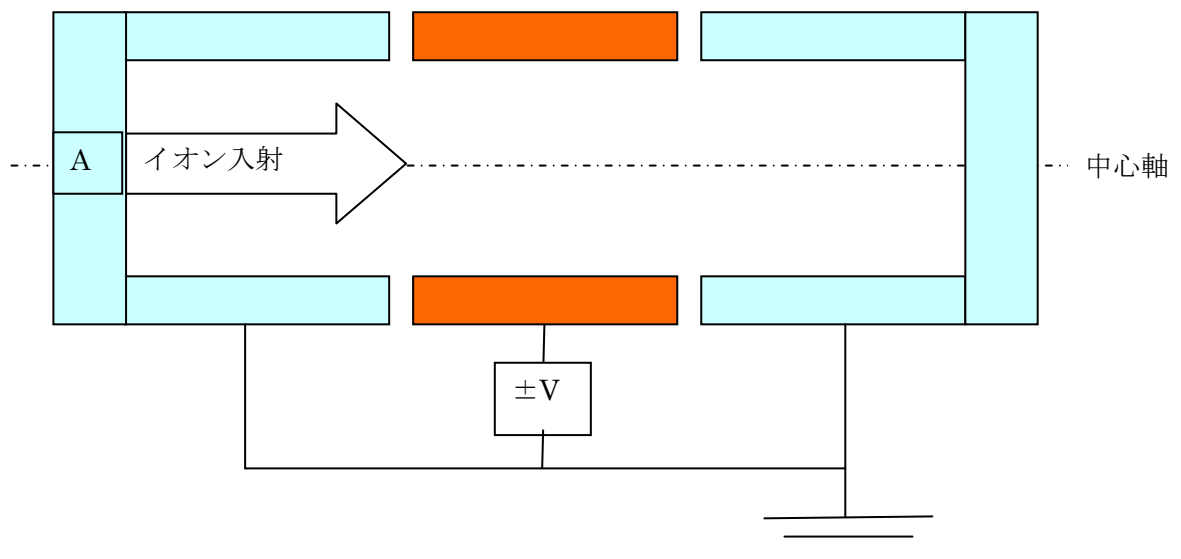
計算の流れは以下の通りです。(計算は、定常状態と判断できるまで繰り返します。)



3. ご提案の内容

次のような簡単なモデルを解析可能な、静電 PIC 法によるイオンビーム軌道解析コードのプロトタイプ開発を提案いたします。**(解析モデルの変更や、プロトタイプに対する機能追加のご要望にも、柔軟に対応致しますので、お気軽にご相談下さい。)**

解析モデル：軸対称アインツェルレンズ（単電位レンズ）系



解析条件

- A) 壁面では完全導体の境界条件を課します。
- B) イオンは、左端中心付近の領域 A から（一定電流で）入射させます。
- C) 壁に当たったイオンは系から流出したとして、消去します。
- D) 外磁場は考えません。（ $\mathbf{B}_{\text{ext}} = \mathbf{0}$ とします。）
- E) rz 座標系を正方形セルで分割します。

計算手法

格子点への電荷密度の分配：線形加重、
粒子位置での場の計算：線形補間
ポアソン方程式解法：ガウス・ザイデル法
粒子状態の時間更新：リーブ・フロッグ法

プロトタイプ開発の実施計画（案）

プログラム設計：1ヶ月

コード実装：3ヶ月

モデル解析、報告書作成：1ヶ月

参考文献

1. C.K.Birdsall and A.B.Langdon, “Plasma physics via computer simulation”